УДК 539.142

ПОСТРОЕНИЕ БАЗИСА МИНИМАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ ^{7}H

Г.Ф. Филиппов, А.Д. Базавов

Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев

В работе построена функция минимального приближения алгебраической версии метода резонирующих групп для системы ^{7}H, проведен ее гипергармонический анализ и найдены коэффициенты линейной комбинации.

Ядро ^{7}H можно рассматривать как систему пяти кластеров $^7H = {}^3H + n + n + n + n$ согласно экспериментальным данным [1]. Для ее описания воспользуемся алгебраической версией метода резонирующих групп (АВМРГ) [2] и будем работать в рамках минимального приближения, т.е. оставим в осцилляторном базисе только функции с наименьшими возможными значениями гипермомента K. Будем действовать по следующей схеме: построим интеграл перекрытия производящих функций с единицей, проведем разложение по базисным функциям (в пространстве Фока - Баргманна) и сосредоточим свое внимание на первом слагаемом – слагаемом, для которого число гиперрадиальных квантов $\nu = 0$, затем выполним его гипермоментный анализ (т.е. выясним, функции с какими значениями гипермомента K входят в это слагаемое). Таким образом получим выражение для разрешенной базисной функции при $\nu = 0$ (это будет линейная комбинация функций с разными K) и затем обобщим выражение на произвольные значения ν.

Пусть $\mathbf{R}_1$ – радиус-вектор тяжелого кластера (^{3}H), а $\mathbf{R}_2$, $\mathbf{R}_3$, $\mathbf{R}_4$, $\mathbf{R}_5$ – валентных нейтронов. Тогда векторы Якоби основного дерева (движение центра масс исключаем) имеют вид

$$\mathrm{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathrm{R}_2 - \mathrm{R}_3), \qquad \mathbf{q}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_5), \tag{1}$$

$$\mathbf{q}_3 = \frac{1}{2}(\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5), \tag{2}$$

$$\mathbf{q}_4 = 2\sqrt{\frac{3}{7}}\left(\mathbf{R}_1 - \frac{\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5}{4}\right). \tag{3}$$

Интеграл перекрытия антисимметризованных функций с единицей имеет громоздкий вид, поэтому не будем приводить его здесь. Однако проанализировав его структуру, получим выражение для простейших ($\nu = 0$) разрешенных состояний

$$\Psi_{0,LM} = C_0\{[\mathbf{R}_2\mathbf{R}_3]\otimes[\mathbf{R}_4\mathbf{R}_5]\}_{LM}. \tag{4}$$

Выражение (4) простым образом обобщается для любого ν:

$$\Psi_{\nu,LM} = C_\nu\{[\mathbf{R}_2\mathbf{R}_3]\otimes[\mathbf{R}_4\mathbf{R}_5]\}_{LM}\,\rho^{2\nu}, \tag{5}$$

где ρ – гиперрадиус, введенный как

$$\rho^2 = \sum_{i=1}^{4}\mathbf{q}_i^2,$$

где C_ν – коэффициент нормировки.

Далее ограничимся только состояниями с орбитальным моментом $L = 0$. Тогда, используя преобразование, обратное (1) - (3), преобразуем правую часть выражения (4):

$$
\begin{aligned}
&\left\{\sqrt{7}[\mathbf{q}_1\mathbf{q}_4]-\sqrt{3}[\mathbf{q}_1\mathbf{q}_3]\otimes\sqrt{7}[\mathbf{q}_2\mathbf{q}_4]+\sqrt{3}[\mathbf{q}_2\mathbf{q}_3]\right\}_{00}=\\
&=7\left([\mathbf{q}_1\mathbf{q}_4][\mathbf{q}_2\mathbf{q}_4]\right)-3\left([\mathbf{q}_1\mathbf{q}_3][\mathbf{q}_2\mathbf{q}_3]\right)+\\
&+\sqrt{21}\left([\mathbf{q}_1\mathbf{q}_4][\mathbf{q}_2\mathbf{q}_3]\right)-\sqrt{21}\left([\mathbf{q}_1\mathbf{q}_3][\mathbf{q}_2\mathbf{q}_4]\right)=\\
&=\frac{2}{3}\left(7q_4^2-3q_3^2\right)(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)-\sqrt{21}\left\{(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_3)(\mathbf{q}_2\mathbf{q}_4)-(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_4)(\mathbf{q}_2\mathbf{q}_3)\right\}+\\
&+\frac{2}{3}\cdot 7q_1q_2q_4^2\cdot\frac{(4\pi)^{3/2}}{3}\left\{Y_{1,1}^{2m}(\Omega_1,\Omega_2)\otimes Y_{2m}(\Omega_4)\right\}_{00}-\\
&-\frac{2}{3}\cdot 3q_1q_2q_3^2\cdot\frac{(4\pi)^{3/2}}{3}\left\{Y_{1,1}^{2m}(\Omega_1,\Omega_2)\otimes Y_{2m}(\Omega_3)\right\}_{00},
\end{aligned}
\tag{6}
$$

где Y_{l_1,l_2}^{LM} – бисферические гармоники. Формула (6) показывает, что разрешенное состояние (5) представляет собой линейную комбинацию таких функций (перечислены только те квантовые числа, которые нас интересуют):

$$\Psi_{\nu=1}^{K=2}(L=0,l_1=l_2=1,l_3=l_4=0)=N_{1,2}\frac{4}{3}\left(q_3^2+q_4^2\right)(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2); \tag{7}$$

$$\Psi_{\nu=0}^{K=4,1}(L=0,l_1=l_2=1,l_3=l_4=0)=N_{0,4,1}\frac{10}{3}\left(q_3^2-q_4^2\right)(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2); \tag{8}$$

$$
\begin{aligned}
&\Psi_{\nu=0}^{K=4,2}(L=0,l_1=l_2=l_3=l_4=0)=\\
&=N_{0,4,2}\sqrt{21}\left\{(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_4)(\mathbf{q}_2\mathbf{q}_3)-(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_3)(\mathbf{q}_2\mathbf{q}_4)\right\};
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
&\Psi_{\nu=0}^{K=4,3}(L=0,l_1=l_2=1,l_3=0,l_4=2)=\\
&=N_{0,4,3}\cdot\frac{2}{3}\cdot 7q_1q_2q_4^2\cdot\frac{(4\pi)^{3/2}}{3}\left\{Y_{1,1}^{2m}(\Omega_1,\Omega_2)\otimes Y_{2m}(\Omega_4)\right\}_{00};
\end{aligned}
\tag{10}
$$

$$
\begin{aligned}
&\Psi_{\nu=0}^{K=4,4}(L=0,l_1=l_2=1,l_3=2,l_4=0)=\\
&=N_{0,4,4}\cdot\frac{2}{3}\cdot(-3)q_1q_2q_3^2\cdot\frac{(4\pi)^{3/2}}{3}\left\{Y_{1,1}^{2m}(\Omega_1,\Omega_2)\otimes Y_{2m}(\Omega_3)\right\}_{00}.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Таким образом, минимальное приближение для ядра ^{7}H представляет собой использование базисных функций с гипермоментом $K = 2$ и $K = 4$ ($K = 0$ запрещено). Коэффициенты нормировки в (7) – (11) несложно найти:

$$N_{1,2}=3,\quad N_{0,4,1}=\frac{12}{5},\quad N_{0,4,2}=\frac{8}{\sqrt{7}},\quad N_{0,4,3}=\frac{24}{7}\cdot\sqrt{\frac{2}{5}},\quad N_{0,4,4}=8\cdot\sqrt{\frac{2}{5}}.$$

Теперь удобно все функции с $K = 4$ собрать в одну нормированную функцию

$$\Psi_{\nu=0}^{K=4}=\frac{5}{\sqrt{77}}\Psi_0^{4,1}+\frac{3}{2\sqrt{11}}\Psi_0^{4,2}+\frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{22}}\Psi_0^{4,3}+\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{154}}\Psi_0^{4,4}. \tag{12}$$

Подчеркнем, что (12) это уже нормированная функция. А нормированная нижайшая разрешенная функция имеет вид

$$\Psi_0 = \sqrt{\frac{16}{93}}\Psi_{\nu=1}^{K=2} + \sqrt{\frac{77}{93}}\Psi_{\nu=0}^{K=4}. \tag{13}$$

Далее необходимо обобщить (13) для произвольных ν:

$$\Psi_\nu = \alpha_\nu \Psi_{\nu+1}^{K=2} + \beta_\nu \Psi_\nu^{K=4}, \tag{14}$$

коэффициенты линейной комбинации

$$\alpha_\nu = \sqrt{\frac{144(\nu+1)}{221\nu+837}}, \quad \beta_\nu = \sqrt{\frac{77(\nu+9)}{221\nu+837}}.$$

Таким образом, получен ответ на два важных в последующем исследовании вопроса: 1) какие именно базисные функции необходимо учитывать в минимальном приближении – это функции с $K = 2$ и $K = 4$, их явный вид приведен в (7) – (11); 2) каков явный вид функции минимального приближения АВМРГ для ядра ^{7}H – это формула (14).

На данном этапе исследований важным является нахождение матричных элементов кинетической и потенциальной энергии в базисе K-минимального приближения и решение системы линейных уравнений (аналога уравнения Шредингера в базисе гармонического осциллятора).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горнов М.Г., Гуров Ю.Б., Коптев В.П. и др.* Обнаружение сверхтяжелых изотопов водорода в реакции поглощения π-мезонов ядрами ^{9}Be // Письма в ЖЭТФ. – 1987. - Т. 45, вып. 5. - С. 205.
2. *Filippov G.F., Rybkin I.Yu., Korennov S.V., Kato K.* On the complete basis of Pauli - Allowed states of three – cluster systems in the Fock – Bargmann spase // J. Math. Phys. - 1995. - Vol. 36. - P. 4571.

ПОБУДОВА БАЗИСУ МІНІМАЛЬНОГО НАБЛИЖЕННЯ ДЛЯ ^{7}H

Г.Ф. Філіппов, О.Д. Базавов

У роботі побудовано функцію мінімального наближення алгебраїчної версії методу резонуючих груп для системи ^{7}H, проведено її гіпергармонічний аналіз і знайдено коефіцієнти лінійної комбінації.

K-MINIMAL APPROACH BASIS FOR ^{7}H

G.F. Filippov, A.D. Bazavov

K-minimal approach function for ^{7}H nucleus was built and hyperharmonically analyzed in this paper.