

КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ, ІМПУЛЬСНІ РОЗПОДІЛИ ТА КОЕФІЦІЄНТИ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ ДЛЯ ТРИНУКЛОННИХ ЯДЕР

Д. В. П'ятницький, І. В. Сименюк

Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ

Для різних нуклон-нуклонних потенціалів взаємодії з високою точністю виконано дослідження структури тринуклонних систем. Для ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ проаналізовано поведінку парних кореляційних функцій та імпульсних розподілів, а також вивчено кластерні властивості цих ядер. Розрахунок основних параметрів тринуклонних систем проведено з використанням представлення без ізоспіну в рамках варіаційного методу з гауссоїдними базисами.

Вступ

У попередніх роботах [1, 2] нами було побудовано варіанти нуклон-нуклонних потенціалів взаємодії, що дають змогу з достатньою точністю одночасно задовільно описати експериментальні значення основних характеристик малонуклонних систем, такі як довжини розсіяння та ефективні радіуси взаємодії двох нуклонів, енергії зв'язку дейтрона, ${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$ і ${}^4\text{He}$ та їх розміри. У [2] для таких потенціалів взаємодії отримано також гарне узгодження з експериментом зарядових формфакторів для малих переданих імпульсів.

Дана робота є продовженням робіт [2, 3] і тут розглядаються досить детально структурні властивості тринуклонних систем. Виконано дослідження парних кореляційних функцій, імпульсних розподілів ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ й запропоновано конструктивне вивчення кластерних властивостей цих ядер. У розрахунках характеристик систем трьох нуклонів застосовано представлення без використання формалізму ізоспіну [4, 5], що є точним представленням для ядерних систем і дозволяє суттєво спростити розрахунки. Для розрахунків основних станів тринуклонних систем було використано перспективні варіаційні схеми з гауссоїдними базисами [6 - 9, 1, 2], що дає змогу отримати хвильові функції в досить простому вигляді та з високою точністю. Знайдені хвильові функції тринуклонних ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ використано для розрахунку основних структурних функцій. У даній роботі крім потенціалів ядерної взаємодії K_1 і K_2 , сконструйованих нами (назвемо їх "київськими" потенціалами), було використано також популярні потенціали Мінесоти і Ефнана - Танга (у подальшому M і AT відповідно). Розраховано й дано детальний аналіз парних кореляційних функцій між нуклонами в різних станах. Нами введено й проаналізовано кластерні коефіцієнти для конструктивного визначення ймовірності знаходження двох нуклонів у різноманітних станах в ядрах ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$.

Метод дослідження

Розглянемо гамільтоніан тринуклонної системи ${}^3\text{He}$

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_p}(\hat{p}_1^2 + \hat{p}_2^2) + \frac{1}{2m_n}\hat{p}_3^2 + \sum_{i>j} \hat{V}_{ij} + \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}, \quad (1)$$

де \hat{V}_{ij} – центральні обмінні сферично-симетричні потенціали нуклон-нуклонної взаємодії (як і в [2]), задані у формі Майорани без використання ізотопічних координат

$$\hat{V}_{ij} = \left[V_s^+(r_{ij})\hat{P}_s(\sigma_i, \sigma_j) + V_t^+(r_{ij})\hat{P}_t(\sigma_i, \sigma_j) \right] \frac{(1 + \hat{P}_r)}{2} + \left[V_s^-(r_{ij})\hat{P}_s(\sigma_i, \sigma_j) + V_t^-(r_{ij})\hat{P}_t(\sigma_i, \sigma_j) \right] \frac{(1 - \hat{P}_r)}{2}, \quad (2)$$

де \hat{P}_r – оператор перестановки Майорана просторових координат; \hat{P}_s і \hat{P}_t – спінові оператори в синглетному і триплетному станах двох нуклонів; $V_s^\pm(r)$ та $V_t^\pm(r)$ – двонуклонні потенціали взаємодії в синглеті та триплеті в парних (+) та непарних (-) станах за орбітальним моментом пари нуклонів, відповідно. Номери 1 і 2 належать до однакових нуклонів (нейтрони в ядрі ${}^3\text{H}$, протони в ядрі ${}^3\text{He}$), а номер 3, відповідно, інший нуклон. Координатна залежність нуклон-нуклонних потенціалів $V_s^\pm(r)$ та $V_t^\pm(r)$ взаємодії була вибрана у формі суперпозиції гауссоїд

$$V(r_{ij}) = \sum_{k=1}^3 V_{(0)k} \exp(-r_{ij}^2/r_{0k}^2). \quad (3)$$

Розглянемо метод розрахунку зв'язаних станів тринуклонних систем ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ з високою точністю. У цьому випадку суттєві переваги має використання представлення без ізоспіну [4], ко-

ли нейтрони і протони вважаються нетотожними. У представленні без використання формалізму ізотопічного спіну є необхідність розв'язувати систему лише двох рівнянь для просторової частини хвильової функції замість системи чотирьох просторових рівнянь для ядра ${}^3\text{H}$ і шести рівнянь для ядра ${}^3\text{He}$, як це має місце у формалізмі ізоспіну. У представленні без ізоспіну повна хвильова функція для тринуклонних систем (антисиметрична відносно перестановки тотожних нуклонів) з нульовим орбітальним моментом та спіном $S = 1/2$ має вигляд добутку спінових функцій (ζ', ζ'') на просторові (Φ_1, Φ_2)

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\zeta' \Phi_1 + \zeta'' \Phi_2), \quad (4)$$

де кількість просторових компонент визначається лише спіноюю структурою (розмірністю схеми Юнга групи перестановок для спіну $S = 1/2$). Для ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ зі спіном $S = 1/2$ необхідно розв'язувати системи двох хвильових рівнянь для симетричної (Φ_1) і антисиметричної (Φ_2) відносно перестановки тотожних нуклонів компонент хвильової функції. Як показано в [4, 5], системи рівнянь у представленні без ізоспіну є повними для розрахунків усіх характеристик тринуклонних систем.

Використаємо варіаційний метод Гальоркіна з гауссоїдним базисом для розв'язання задачі на зв'язаний стан. Виберемо просторові хвильові функції з нульовим орбітальним моментом у вигляді суперпозиції гауссоїд за всіма трьома відстанями між частинками:

$$\Phi_\nu = \hat{S} \sum_{i=1}^{K_\nu} N_i^{(\nu)} \phi_i^{(\nu)} = \hat{S} \sum_{i=1}^{K_\nu} N_i^{(\nu)} e^{-a_i r_{12}^2 - b_i r_{13}^2 - c_i r_{23}^2}, \quad \nu = \overline{1, 2}, \quad (5)$$

тут \hat{S} – оператор симетризації відносно перестановок тотожних нуклонів ($1 \leftrightarrow 2$); K_ν – розмірність базису (кількість гауссоїдних компонент); $N_i^{(\nu)}$ – коефіцієнти розкладу; a_i, b_i, c_i – нелінійні варіаційні параметри. Для розрахунку хвильової функції дейтрона ми також використали варіаційний метод з гауссоїдним базисом, коли хвильова функція має вигляд

$$\Phi_d = \sum_{i=1}^{K_d} N_i^{(d)} e^{-a_d r^2}, \quad (6)$$

де K_d – кількість гауссоїдних компонент. Таке представлення хвильових функцій з використанням гауссоїдних базисів є дуже зручним для роз-

рахунку різноманітних матричних елементів та структурних функцій.

Основну складність варіаційних розрахунків представляє процедура оптимізації функціонала енергії за нелінійними варіаційними параметрами. Для проведення розрахунків оптимальним виявилось використання почергово різноманітних схем мінімізації енергетичних функціоналів – стохастичні схеми, градієнтні та різноманітні детерміновані схеми. Для двох частинок варіаційних параметрів небагато, то стохастична й градієнтна мінімізація відбувається порівняно швидко, у той же час для прецизійного розрахунку тринуклонних систем уже грають досить суттєву роль схеми оптимізації функціонала енергії за нелінійними варіаційними параметрами. Ми намагалися досягти максимальної швидкості розрахунків разом з їх високою і контрольованою точністю.

У розрахунках використані центральні обмінні сферично-симетричні потенціали нуклон-нуклонної взаємодії (3), такі, як достатньо популярні потенціали М, АТ (у попередній роботі [2] цей варіант потенціалу позначений АТ⁺), а також потенціали К1 і К2. Потенціали К1 і К2 будувалися нами спеціально для опису основних характеристик малонуклонних систем, насамперед енергій зв'язку, середньоквадратичних розмірів систем двох, трьох та чотирьох нуклонів, а також низькоенергетичних параметрів розсіяння двох нуклонів. У цьому сенсі потенціал К2 є найкращим із використаних нами. Параметри всіх використовуваних потенціалів наведено в [1, 2].

Парні кореляційні функції та імпульсні розподіли нуклонів

Зупинимось на обчисленні парних кореляційних функцій та імпульсних розподілів тринуклонних систем ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$. Кореляційна функція в різних спінових станах двох нуклонів

$$g_{ij}(r) = \langle \Psi | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{ij}) P(\sigma_i \sigma_j) | \Psi \rangle \quad (7)$$

визначає ймовірність двох частинок у тричастинковій системі знаходитися на певній відстані r між собою. У виразі (7) $P(\sigma_i \sigma_j)$ – проєкційний спіновий оператор на триплетний або синглетний стани двох нуклонів. Через ці функції (7) визначається середня потенціальна енергія між парою нуклонів в ядрі: $\langle V \rangle = \int d\vec{r} V(r) g(r)$. Для ядра ${}^3\text{H}$ повна кореляційна функція двох нейтронів визначається в термінах просторових функцій як

$$g_{nn}(r) = \langle \Phi_1 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{12}) | \Phi_1 \rangle + \langle \Phi_2 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{12}) | \Phi_2 \rangle, \quad (8)$$

а синглетна і триплетна частини кореляційної функції визначаються як

$$g_{nn,s}(r) = \langle \Phi_1 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{12}) | \Phi_1 \rangle,$$

$$g_{nn,t}(r) = \langle \Phi_2 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{12}) | \Phi_2 \rangle. \quad (9)$$

Оскільки повна хвильова функція (4) нормована на одиницю ($\langle \Phi_1 | \Phi_1 \rangle + \langle \Phi_2 | \Phi_2 \rangle = 2$), то й повна функція $g_{nn}(r)$ (8) нормована також на одиницю. Антисиметрична Φ_2 компонента просторової хвильової функції дає значно менший внесок, ніж симетрична, і тому кореляційна функція двох нейтронів в ядрі ${}^3\text{H}$ у триплетному стані суттєво подавлена відносно кореляційної функції двох нейтронів у синглетному стані.

Повна кореляційна функція нейтрона й протона в ядрі ${}^3\text{H}$ має вигляд

$$g_{np}(r) = 2 \langle \Phi_1 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{13}) | \Phi_1 \rangle + 2 \langle \Phi_2 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{13}) | \Phi_2 \rangle, \quad (10)$$

що є сумою парних кореляційних функцій нейтрона й протона в синглетному і триплетному спінових станах

$$g_{np,s}(r) = \frac{1}{2} \langle \Phi_1 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{13}) | \Phi_1 \rangle + \frac{3}{2} \langle \Phi_2 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{13}) | \Phi_2 \rangle, \quad (11)$$

$$g_{np,t}(r) = \frac{3}{2} \langle \Phi_1 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{13}) | \Phi_1 \rangle + \frac{1}{2} \langle \Phi_2 | \delta(\vec{r} - \vec{r}_{13}) | \Phi_2 \rangle. \quad (12)$$

Тут зручно функції $g_{np,s}(r)$ і $g_{np,t}(r)$ нормувати на одиницю.

Розглянемо кореляційні функції між нейтронами $g_{nn,s}(r)$ і $g_{nn,t}(r)$ для ядра ${}^3\text{H}$, розрахованих із потенціалом K2. На рис. 1 зображено дані функції, причому триплетну функцію $g_{nn,t}(r)$ для наглядності домножено на 100. Поведінка синглетної функції $g_{nn,s}(r)$ досить точно відображає поведінку потенціалу взаємодії K2 між двома нейтронами в синглетному стані. Провал на меншій відстані є наслідком відштовхування в потенціалі, а максимум даної $g_{nn,s}(r)$ приблизно збігається з мінімумом потенціалу. У наших розрахунках потенціал взаємодії між нейтронами в триплетному стані відсутній, але видно, що функція $g_{nn,t}(r)$ не є повністю нулем, хоча вона і є суттєво меншою за $g_{nn,s}(r)$.

На рис. 2 зображено поведінку триплетної кореляційної функції нейтрона й протона для ядра ${}^3\text{He}$ і різних потенціалів взаємодії. Триплетна функція $g_{np,t}(r)$ корелює з властивостями триплетного потенціалу взаємодії, особливо на малих відстанях. На малих відстанях криві для кореляційних функцій характеризуються певними

провалами, що виникають за рахунок відштовхування в потенціалах взаємодії. Так, крива для потенціалу M має незначний провал, бо цей потенціал має невелике відштовхування. У той же час крива для потенціалу AT має більший провал на малій відстані, оскільки цей потенціал містить у кілька разів сильніше відштовхування. Потенціал K2 має ще більше відштовхування, тому провал у парній кореляційній функції ще глибший. Потенціал K1 у триплетному стані містить значне відштовхування, що також відображається на рисунку.

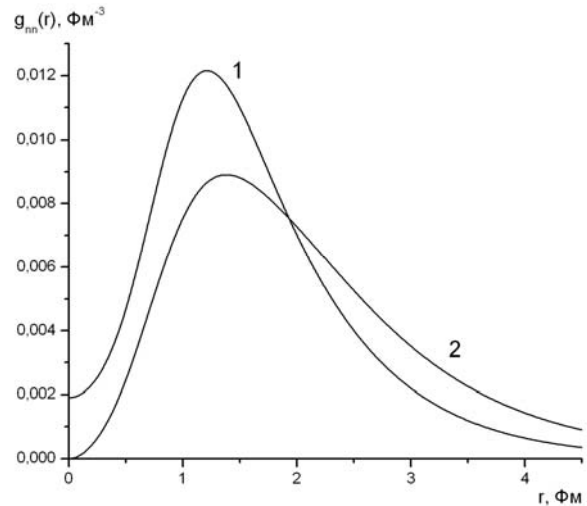


Рис. 1. Нейтрон-нейтронні синглетна та триплетна кореляційні функції $g_{nn,s}(r)$ і $g_{nn,t}(r)$ для тритона з потенціалом K2 (1 – $g_{nn,s}(r)$, 2 – $g_{nn,t}(r)$ домножено на 100).

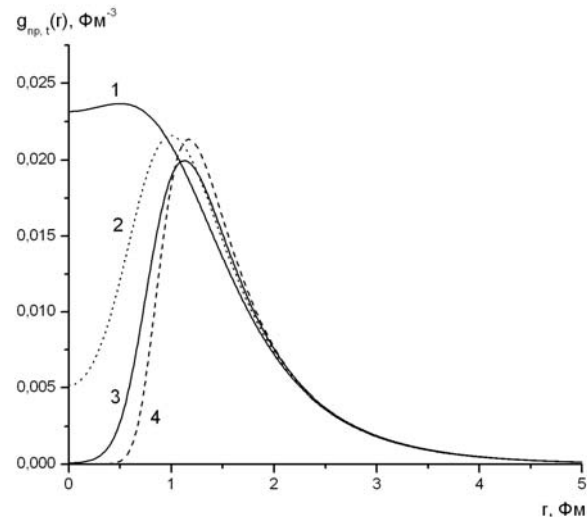


Рис. 2. Триплетна нейтрон-протонна кореляційна функція $g_{np,t}(r)$ для ядра ${}^3\text{He}$ (1 – M; 2 – AT; 3 – K2; 4 – K1).

Порівняємо квадрат хвильової функції дейтрона $|\Psi_d|^2$ (імовірність знайти ізольовану нейтрон-протонну пару в триплетному стані на відстані r) (рис. 3) з функцією $g_{np,t}(r)$ (див. рис. 2), яка описує ймовірність знайти триплетну нейтрон-протонну пару на відстані r у присутності третьої

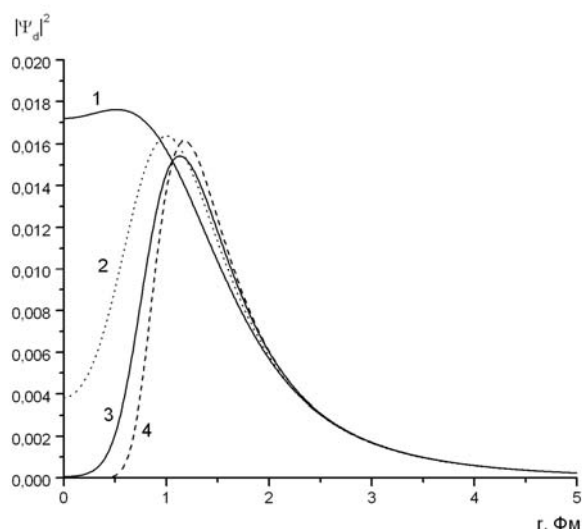


Рис. 3. Квадрат хвильової функції дейтрона для різних потенціалів взаємодії (1 – M; 2 – AT; 3 – K2; 4 – K1).

частинки. Відзначимо повну відповідність у поведінці квадрата модуля хвильової функції дейтрона й відповідної кореляційної функції. Якщо розглянути поведінку відношення ймовірностей знайти пару в середовищі до ймовірності для ізольованої пари $r^2 g_{np,t}(r)/|\Psi_d(r)|^2$ для різних потенціалів взаємодії, то отримаємо достатньо універсальну безмодельну залежність (особливо на великих відстанях), однакову для різних потенціалів взаємодії, і відмінність має місце лише на малих відстанях. Зауважимо, що асимптотична поведінка хвильової функції дейтрона, нормованої на одиницю, визначається як $\Psi_d \sim \frac{A_s}{r} e^{-\alpha r}$ при $r \rightarrow \infty$. Показник α визначається енергією зв'язку дейтрона $\alpha = \sqrt{m\varepsilon_d}$, а асимптотична константа нормування (АКН) A_s визначена експериментально [10] і дорівнює $A_s = 0,8781 \pm 0,0044$ фм^{-1/2}. При пошуках асимптоти $\Psi_d(r)$ для різних потенціалів взаємодії ми обробляли розрахунок для $\ln(r\Psi_d(r))$, звідки для r більше найбільшого радіусу ядерних сил з високою точністю знаходилась константа A_s . У результаті було отримано АКН A_s , що узгоджується з експериментальним значенням, наприклад для потенціалу K2: $A_s = 0,8755$ фм^{-1/2}, а для інших потенціалів отримуються також достатньо близькі значення.

Асимптотика парних кореляційних функцій у системі трьох частинок дотепер, наскільки нам відомо, не розглядалась. Асимптотика кореляційної функції має вигляд $g(r) \sim \frac{G}{r^{3/2}} e^{-\beta r}$ при $r \rightarrow \infty$, де коефіцієнт β в показнику експоненти визначається різницею енергій тритона (або ³He) і дейтрона $\beta = \sqrt{m(\varepsilon_T - \varepsilon_D)}$ для відповідного потенціалу взаємодії. Дана форма асимптотичної

поведінки кореляційних функцій визначається асимптотикою Меркур'єва [11] для хвильової функції тринуклонної системи у зв'язаному стані

$$\Psi(r, \rho) \sim \frac{B}{(\mu_{12}r^2 + \mu_3\rho^2)^{3/4}} e^{-\gamma\sqrt{\mu_{12}r^2 + \mu_3\rho^2}} \text{ при } r, \rho \rightarrow \infty$$

(хоча й не в повній мірі рівномірною) (див. також [12, 13]). Дійсно, у кореляційну функцію $g(r)$ входить квадрат тричастинкової хвильової функції (зі степеневою асимптотикою $\frac{1}{(r^2 + \rho^2)^{3/2}}$) і після

інтегрування по координаті ρ ефективно додається множник $r^{3/2}$. Виявилось, що асимптотичні коефіцієнти нормування G для різних потенціалів та різних парних кореляційних функцій є досить близькими. Так, у випадку кореляційної функції $g_{np,t}$ коефіцієнти G для ядер ³He і ³H дорівнюють 2,1 і 2,3. Інші результати такі: для $g_{nn,s} - G = 4,5$; для $g_{pp,s} - G = 3,7$; для $g_{np,s} - G = 3,3$ (³He), $G = 4,2$ (³H). Це підтверджує, що на великих відстанях різні кореляційні функції практично однакові, а відношення $r^2 g_{np,t}(r)/|\Psi_d(r)|^2$ також є близьким для різних потенціалів. До речі, одночастинкова функція розподілу $\rho(r)$, яка досліджена в [2], для довільної кількості нуклонів має асимптотичну $\rho(r \rightarrow \infty) \approx \frac{\rho_0}{r^{3N-2}} e^{-2\sqrt{Nm|E|r}}$.

На рис. 4 зображено залежність кореляційних функцій $g_{nn,s}(r)$ ядра ³H і $g_{pp,s}(r)$ ядра ³He від r для потенціалів K1 і AT. Відзначимо, що функція $g_{pp,s}(r)$ для ³He на великих відстанях вища за криву $g_{nn,s}(r)$ для ³H, що є наслідком дії кулонівського відштовхування між протонами. Ймовірність знаходження двох нейтронів на малих відстанях є більшою, ніж для протонів, а протони мають більшу ймовірність знаходження на більшій відстані.

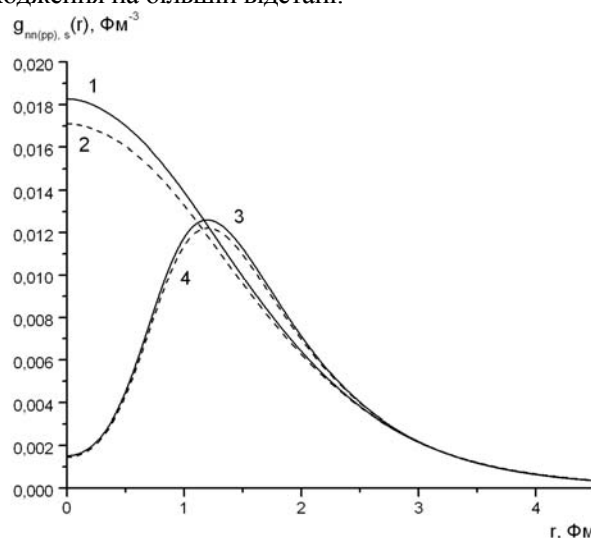


Рис. 4. Порівняння кореляційних функцій тотожних нуклонів $g_{nn,s}(r)$ і $g_{pp,s}(r)$ для дзеркальних ядер (1, 3 – $g_{nn,s}(r)$, 2, 4 – $g_{pp,s}(r)$) для потенціалів K1 і AT.

Розглянемо тепер імпульсні розподіли нуклонів для тринуклонних ядер. Імпульсний розподіл $n(k)$ визначає ймовірність нуклона в системі мати певний імпульс і через нього виражається середня кінетична енергія $\langle K \rangle = \int d\vec{k} \frac{k^2}{2m} n(k)$. Визначимо імпульсний розподіл нуклонів як

$$n(k) = \langle \tilde{\Psi} | \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\vec{k} - (\vec{k}_i - \vec{P}_{c.m.})) | \tilde{\Psi} \rangle, \quad (13)$$

де $\tilde{\Psi}$ – хвильова функція трьох нуклонів задана в імпульсному представленні; $\vec{P}_{c.m.}$ – імпульс центра мас системи. Сума береться за відповідними нуклонами (N) – окремо для протонів і нейтронів.

Імпульсні розподіли визначено експериментально [14], і є змога порівняти з ними отримані тут теоретичні результати. Використаємо нормування імпульсних розподілів, як і в [14], $\int_0^\infty k^2 n(k) dk = 1$. На рис. 5 зображено імпульсні розподіли, розраховані для різних потенціалів взаємодії, а також експериментальні дані з [14] (точки з похибками й крива апроксимації). Насамперед відзначимо, що між областю малих та великих імпульсів існує різка зміна режиму, що є прямою вказівкою на наявність відштовхування між нуклонами на малих відстанях.

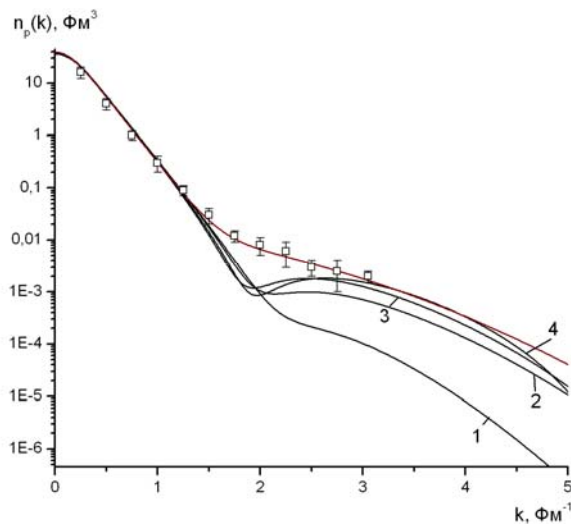


Рис. 5. Імпульсні розподіли протонів в ядрі ${}^3\text{He}$ для різних потенціалів взаємодії (1 – M; 2 – AT; 3 – K2; 4 – K1) та експериментальні дані.

З рисунка видно, що в області малих імпульсів усі криві близькі й гарно узгоджуються з експериментом – ця область відповідає більшим відстаням, а там потенціали сприймаються лише всередньому. В області більших імпульсів після зміни режиму суттєвий вплив

має детальна поведінка потенціалів взаємодії на малих відстанях (або великих імпульсів), де проявляється відштовхування. Імпульсний розподіл для великих імпульсів визначається через імпульсні компоненти потенціалу взаємодії як

$$n(k) \approx \left(\frac{V(k)}{k^2} \right)^2 \quad [15].$$

Використані нами потенціали взаємодії мають різне короткосяжне відштовхування, тому й поведінка імпульсних розподілів відрізняється при більших імпульсах. Варто додати, що потенціали, побудовані для опису фізичних характеристик малонуклонних систем, дають найкраще за інші узгодження з експериментальним імпульсним розподілом в області більших імпульсів, хоча спеціально не проводилася підгонка імпульсних розподілів до експерименту.

Кластерні властивості тринуклонних систем

Визначимо ймовірність для зв'язаного стану дейтрона бути присутнім у тринуклонних системах (уперше введених і досліджених у [16] для різних станів трьох частинок у наближенні сильного зв'язку). Спроекуємо хвильову функцію тринуклонної системи на хвильову функцію дейтрона. Тоді отримаємо вираз для квадрата амплітуди кластеризації [16] основного стану трьох нуклонів (наприклад, ${}^3\text{He}$) на основний стан двох нуклонів і третій нуклон

$$f_{0,0}(\rho)^2 = \left| \int \Psi_d(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, \vec{\rho}) d\vec{r} d\sigma \right|^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} |\langle \Phi_d | \Phi_1 \rangle|^2 + \frac{1}{4} |\langle \Phi_d | \Phi_2 \rangle|^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \langle \Phi_d | \Phi_1 \rangle \langle \Phi_d | \Phi_2 \rangle \right), \quad (14)$$

тут інтегрування виконується за спільною координатою \vec{r} для дейтрона і для ${}^3\text{He}$ і виконано підсумування за спільними спіновими змінними тринуклонної системи та системи „дейтрон + нуклон”. Координата $\vec{\rho}$ – відстань від третьої частинки (другого протона) в ${}^3\text{He}$ до центра мас двох нуклонів (нейтрона й першого протона), які формують дейтрон. У виразі (14) величини Φ_d, Φ_1, Φ_2 – це відповідно просторові хвильові функції дейтрона та симетрична й антисиметрична відносно перестановки координат однакових нуклонів функції тринуклонного ядра ${}^3\text{He}$ (нормовані як $\langle \Phi_d | \Phi_d \rangle = 1$ і $\langle \Phi_1 | \Phi_1 \rangle + \langle \Phi_2 | \Phi_2 \rangle = 2$). Визначимо коефіцієнт кластеризації $C \equiv C_0^{(0)}$ (верхній індекс характеризує основний стан трьох нуклонів, а нижній – основний стан дейтрона), тобто ймовірність знаход-

ження основного стану дейтрона у зв'язаному стані трьох нуклонів. Для цього проінтегруємо функцію $f_{0,0}^2(\rho)$ за змінною $\vec{\rho}$

$$C = \int f_{0,0}^2(\rho) d\vec{\rho}. \quad (15)$$

Зауважимо, що сума коефіцієнтів кластеризації C за всіма можливими двочастинковим станами підсистеми двох нуклонів дорівнює одиниці.

Поведінку розрахованого квадрата амплітуди кластеризації $f_{0,0}^2(\rho)$ зображено на рис. 6. Оскільки у визначенні даної функції інтегрування виконується за змінними, які стосуються дейтрона, а зв'язаний стан дейтрона визначається триплетною взаємодією, то амплітуда кластеризації $f_{0,0}(\rho)$ залишається більш суттєво залежною від вибору синглетної взаємодії. Цей факт проявляється на рис. 6. Звернемо увагу, що крива для потенціалу K1 гладка й не має ніяких нерегулярностей, що є природним, оскільки синглетний потенціал K1 не має взагалі відштовхувальної частини. На кривих для інших потенціалів уже присутні певні нерегулярності в поведінці на малих відстанях, відповідно до величини відштовхування в їх синглетних частинах.

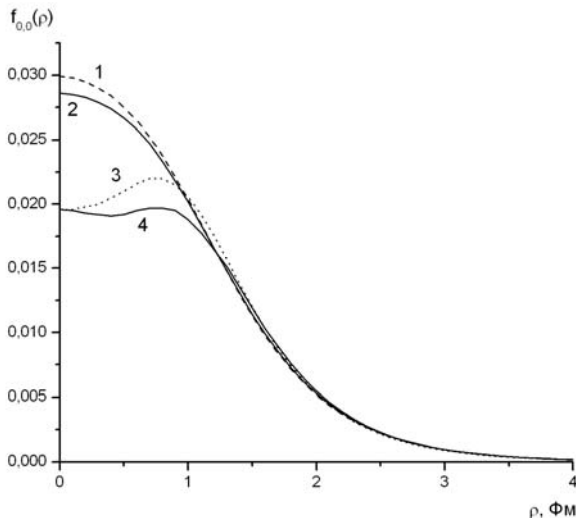


Рис. 6. Амплітуда кластеризації для ядра ${}^3\text{H}$ (1 – K1; 2 – M; 3 – AT; 4 – K2).

У таблиці наведено коефіцієнти кластеризації для ядра ${}^3\text{H}$ (2-га колонка) і ядра ${}^3\text{He}$ (4-га колонка) та для різних потенціалів взаємодії. Зауважимо, що коефіцієнти кластеризації в прецизійних розрахунках, наскільки нам відомо, досі не розглядалися. З таблиці видно, що коефіцієнти кластеризації для різних потенціалів взаємодії є близькими й такі значення відображають загальну тенденцію – дейтрон у зв'язаному стані в системі трьох нуклонів існує з імовірністю $\sim 70\%$ (сума коефіцієнтів кластеризації за всіма можли-

Коефіцієнти кластеризації C і C_g для ядер ${}^3\text{H}$ та ${}^3\text{He}$ і різних потенціалів взаємодії

Потенціал	${}^3\text{H}$		${}^3\text{He}$	
	C	C_g	C	C_g
M	0,683	0,937	0,685	0,933
AT	0,671	0,931	0,672	0,927
K1	0,679	0,903	0,681	0,900
K2	0,675	0,925	0,679	0,923

вими двочастинковим станами становить 100 %). Це є конструктивна відповідь на питання „Чи міститься дейтрон в тритоні?“, яке дискутувалось свого часу в роботі [17]. Отже, зв'язаний стан трьох нуклонів лише грубо можна розглядати як систему двох частинок – дейтрона й нуклона. Про це свідчить ще в більшій мірі також і суттєва різниця між енергією зв'язку дейтрона та енергією тринуклонного ядра. У той же час зауважимо, що у випадку безспінової моделі тритона (коли $V_s(r) = V_t(r) = V(r)$) і найпростіших притягувальних потенціалів взаємодії гауссоїдального типу $V(r) = -ge^{-(r/r_0)^2}$ у наближенні сильного зв'язку $g \rightarrow \infty$ [16], коли енергія зв'язку трьох частинок в три рази більша від енергії зв'язку двох частинок, граничне значення коефіцієнта кластеризації становить майже сто відсотків – $C = \frac{24^{3/4}}{(1 + \sqrt{3}/2)^3} \approx 0,985$. Звернемо

також увагу на той факт, що коефіцієнт кластеризації для ядра ${}^3\text{He}$ є дещо більшим за коефіцієнт кластеризації ядра ${}^3\text{H}$. Причиною цього є те, що в ядрі ${}^3\text{He}$ внаслідок кулонівського відштовхування між протонами дейтрон (система пр) у певній мірі більш ізольований від третьої частинки (другого протона).

Доцільно також розглянути модифіковані коефіцієнти кластеризації в тринуклонних системах, коли замість хвильової функції двонуклонної підсистеми (дейтрона) в інтегралі перекриття (14) підставлено квадратний корінь із кореляційної функції між протоном і нейтроном у триплетному стані

$$f_g(\rho) = \left\langle \sqrt{g(\vec{r})} \left| \Psi(\vec{r}, \vec{\rho}) \right\rangle_r \quad (16)$$

і аналогічним чином визначено модифіковані коефіцієнти кластеризації

$$C_g = \int f_g^2(\rho) d\vec{\rho}. \quad (17)$$

При цьому ми скористалися тією обставиною, що парні кореляційні функції визначають імовірність знаходження пари частинок (дейтрона) на заданій відстані й у певному спіновому

стані, але вже в середовищі (у присутності третьої частинки), тоді як хвильова функція дейтрона описує вільний дейтрон. Тобто можна вважати, що кореляційні функції є квадратами ефективних хвильових функцій пар частинок у середовищі. З таблиці видно, що модифіковані коефіцієнти кластеризації C_g (3-тя і 5-та колонки) із виразу (17) суттєво більші (і становлять більше 90 %, тобто можна вважати, що тритон ефективно кластеризований достатньо сильно) за коефіцієнти C виразу (15), що розраховані з хвильовою функцією дейтрона. Крім того, C_g систематично менше для ядра ${}^3\text{He}$. Таким чином, дейтрон у присутності третього нуклона стає значно більш стиснутим, що впливало з розрахунків ефективних відстаней між парою n-p [2], і більше ізольованим від третього нуклона. Підтвердженням цього є також і графік порівняння квадрата модуля хвильової функції дейтрона й відповідної парної кореляційної функції (рис. 7 та 2 і 3). Видно, що в області менших радіусів крива квадрата хвильової функції дейтрона лежить дещо нижче за криву для $g_{np,t}(r)$ і навпаки на великій відстані (обидві функції нормовані на одиницю). До того ж відношення коефіцієнтів кластеризації C і C_g близьке до відношення значень функцій $r^2 |\Psi_d(r)|^2$ і $r^2 g_{np,t}(r)$ у максимумі. Відзначимо також, що величина коефіцієнтів кластеризації C і C_g корелює з інтенсивністю відштовхування у відповідних триплетних потенціалах – кластеризація для потенціалу М найбільша з усіх, а для потенціалу К1 найменша. Цікаво зауважити, що у випадку безспінової задачі трьох частинок і в наближенні сильного зв'язку граничне значення модифікованого коефіцієнта кластеризації C_g дорівнює одиниці.

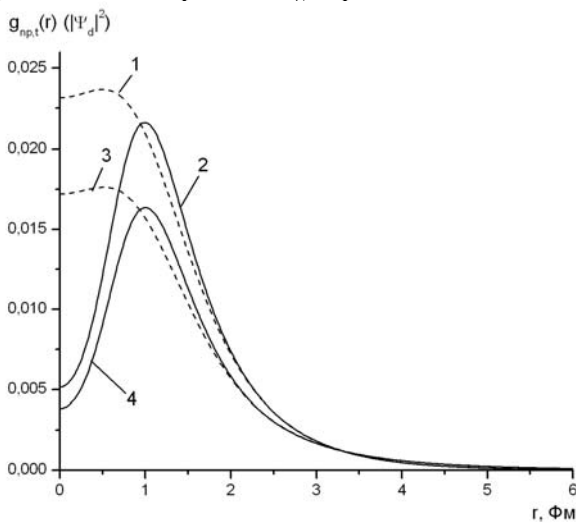


Рис. 7. Порівняння парних кореляційних функцій $g_{np,t}(r)$ (1, 2) з квадратом хвильової функції дейтрона (3, 4) для різних потенціалів взаємодії (пунктир – М, суцільна – АТ).

Запропоновані модифіковані коефіцієнти кластеризації дають змогу також конструктивно розглянути ймовірність існування синглетного дінейтрона в тритоні. Для цього необхідно використати синглетну кореляційну функцію двох нейтронів $g_{nn,s}(r)$ в ядрі ${}^3\text{H}$. Розрахунок дає досить близькі значення C_g для різних потенціалів взаємодії, зокрема для К1 і К2, це 0,443 і 0,385 відповідно. Отже, отримана конструктивна оцінка ймовірності існування синглетного дінейтрона в тритоні становить порядку 40 %. Ймовірність же триплетного дінейтрона подавлена принципом Паулі і є дуже малою, наприклад для К2 – 0,4 %. Зауважимо, що визначення модифікованих коефіцієнтів кластеризації (16) і (17) легко узагальнюється на більш складні ядерні системи й дає можливість розглядати конструктивно ймовірність існування дінейтронного кластера в полі ядерного остова.

Особливий інтерес представляють АКН інтеграла перекриття $f_{0,0}(\rho)$ (у позначеннях [16]) або $I_{{}^3\text{H}({}^3\text{He}),D,n(p)}(\rho)$ (у позначеннях [18, 19]) в асимптотиці $\rho \rightarrow \infty$, оскільки вони визначають ядерні вершинні константи віртуального двочастинкового розпаду тринуклонних ядер $t \rightarrow d + n$, або ${}^3\text{He} \rightarrow d + p$ (див. [18]). Наші попередні розрахунки показують, що асимптотика інтеграла перекриття $I_{t,d,n}(\rho \rightarrow \infty) \approx \frac{C_{t \rightarrow d+n}}{\rho} e^{-\kappa \rho}$

(тут $\bar{\rho} = \sqrt{3/2}(\bar{r}_2 - \frac{\bar{r}_1 + \bar{r}_3}{2})$) визначається повною енергією зв'язку тритона E_t – $\kappa = \sqrt{2m(E_t - E_d)} \cong 0,549$, а АКН для потенціалу К2 – $C_{t \rightarrow d+n} \cong 0,3$. Досліджені нами коефіцієнти кластеризації можна пов'язати зі спектроскопічними факторами, а амплітуди кластеризації – з ядерними вершинними функціями, що інтенсивно досліджуються останні роки [18, 19].

Висновки

У підсумку відзначимо, що парні кореляційні функції, імпульсні розподіли та кластерні властивості тринуклонних ядер досліджено з прецизійною точністю з використанням оптимальних потенціалів нуклон-нуклонної взаємодії. Виявлено, що потенціал К2, побудований нами, є певною мірою кращим за інші прості центральні потенціали взаємодії між нуклонами, оскільки він будувався з міркувань сумісного опису основних параметрів дво-, три- та чотиринуклонних систем. Встановлено значну кореляцію між радіальною залежністю потенціалів взаємодії на малих відстанях і поведінкою парних кореляційних фу-

нкцій. Важливим виявилось існування двох різних режимів залежності від імпульсу в імпульсних розподілах, що безпосередньо свідчить про наявність у потенціалах взаємодії відштовхування на меншій відстані та притягування на більшій. Показано, що імпульсні розподіли, розраховані з побудованими в даній роботі потенціалами K2 і K1, дають найкраще узгодження з експериментом. Визначено й проаналізовано коефіцієнти кластеризації для тринуклонних ядер, що дають

кількісну інформацію про ймовірність присутності різних двонуклонних станів у системах трьох нуклонів. Із визначених модифікованих кластерних коефіцієнтів отримано конструктивну відповідь щодо ймовірності існування дінейтронного кластера в тритоні.

Дана робота виконана за часткової підтримки цільової програми Відділення фізики та астрономії НАН України.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гринюк Б.Є., П'ятницький Д.В., Симоног І.В. Структурні особливості ядра ${}^4\text{He}$ у мікроскопічному підході // УФЖ. - 2007. - Т. 52. - С. 424 - 435.
2. П'ятницький Д.В., Симоног І.В.. Ядерні потенціали взаємодії для сумісного опису малонуклонних систем і структурні функції тринуклонних ядер // УФЖ. - 2008. - Т. 53. - С. 629 - 639.
3. *Simenog I.V., Piatnytskyi D.V.* Structure properties of three-nucleon systems // Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy: Proc. of the 2-nd Int. Conf. (Kyiv, June 9 - 15, 2008). Part I. - Kyiv, 2009. - P. 411 - 415.
4. *Simenog I.V., Dotsenko I.S., Grinyuk B.E.* Advantages of a representation without use of the isospin formalism, and precise study of few-nucleon systems // Ukr. Fiz. Zh. - 2002. - Vol. 47. - P. 129 - 137.
5. Доценко І.С., Симоног І.В. Еквівалентність представлення з використанням формалізму ізоспіну і представлення без ізоспіну для систем трьох нуклонів // УФЖ. - 2006. - Т. 51. - С. 840 - 849.
6. *Kukulin V.I., Krasnopol'sky V.M.* A stochastic variational method for few-body systems // J. Phys. G: Nucl. Phys. - 1977. - Vol. 3. - P. 795 - 811.
7. Колесников Н.Н., Тарасов В.И. Феноменологический NN-потенциал из анализа трех- и четырехчастичных ядер // ЯФ. - 1982. - Т. 35. - С. 609 - 619.
8. *Varga K., Suzuki Y.* Precise solution of few-body problems with the stochastic variational method on a correlated Gaussian basis // Phys. Rev. C. - 1995. - Vol. 52. - P. 2885 - 2905.
9. Дончев А.Г., Калачев С.А., Колесников Н.Н., Тарасов В.И. Каркасные функции в вариационных расчетах систем нескольких частиц // ЯФ. - 2004. - Т. 67. - С. 2178 - 2189.
10. *Borbely I., Gruebler W., Konig V. et al.* Determination of the deuteron S-state asymptotic normalization by continuation of p-d elastic cross section to the transfer pole // Phys. Lett. - 1985. - Vol. 160B. - P. 17 - 20.
11. Меркурьев С.П. Об асимптотическом виде трехчастичных волновых функций дискретного спектра // ЯФ. - 1974. - Т. 19. - С. 447 - 461.
12. Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. - М: Наука, 1985. - 398 с.
13. Ситенко О.Г. Теория розсіяння. - К: Либідь, 1993. - 335 с.
14. *Ciofi degli Atti C., Simula S.* Realistic model of the nucleon spectral function in few- and many-nucleon systems // Phys. Rev. C. - 1996. - Vol. 53. - P. 1689 - 1710.
15. *Amado R.D., Woloshyn R.M.* Momentum distributions in the nuclei // Phys. Lett. - 1976. - Vol. B62. - P. 253 - 255.
16. *Filippov G. F., Ovcharenko V.I., Simenog I.V.* Cluster structure of the three-particle bound state. - Kiev, 1971. - 46 p. (Preprint / ITP; ITP-71-74E).
17. Куржниця Д.А. Содержится ли дейтрон внутри тритона? // Письма в ЖЭТФ. - 1978. - Т. 28. - С. 479 - 481.
18. Блохинцев Л.Д., Борбей И., Долинский Э.И. Ядерные вершинные константы // ЭЧАЯ. - 1977. - Т. 8. - С. 1189 - 1245.
19. Артемов С.В., Бажажин А.Г., Игамов С.Б. и др. Асимптотические нормировочные коэффициенты ядра для конфигураций ${}^{14}\text{N} \rightarrow {}^{13}\text{C} + p$ и астрофизический S-фактор радиационного захвата протона // ЯФ. - 2008. - Т. 71. - С. 1025 - 1037.

КОРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ, ИМПУЛЬСНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТЫ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ДЛЯ ТРЕХНУКЛОННЫХ ЯДЕР

Д. В. Пятницький, И. В. Симоног

Для различных нуклон-нуклонных потенциалов взаимодействия с высокой точностью выполнено исследование структуры трехнуклонных систем. Для ядер ${}^3\text{H}$ и ${}^3\text{He}$ проанализировано поведение парных корреляционных функций и импульсных распределений, а также изучены кластерные свойства этих ядер. Расчет основных параметров трехнуклонных систем произведен с использованием представления без изоспина в рамках вариационного метода с гауссоидальными базисами.

**CORRELATION FUNCTIONS, MOMENTUM DISTRIBUTIONS
AND CLUSTERING COEFFICIENTS FOR THREE-NUCLEON NUCLEI**

D. V. Piatnytskyi, I. V. Simenog

The precise study of structure of three-nucleon systems is carried out for different potentials of nucleon-nucleon interaction. The behavior of pair correlation functions and momentum distributions is analysed for ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ nuclei, the cluster properties of these nuclei are also studied. The calculation of main parameters of three-nucleon systems is carried out using the representation without isospin and variational method with Gaussian bases.

Надійшла до редакції 28.11.08,
після доопрацювання - 01.03.09.