

ВИЗНАЧЕННЯ АМПЛІТУДИ ЗМІШУВАННЯ СТАНІВ 5/2⁺ В ЯДРІ 27Al

І. О. Корж, М. Т. Скляр, А. Д. Фурса

Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ

Розроблено метод розрахунку амплітуди змішування станів ядер, в яких серед компонент мультиплетів збуджених станів спостерігаються стани з такими ж самими квантовими характеристиками, що і в основному стані непарного ядра. Для ядра 27Al нами вперше отримано вираз для амплітуди змішування станів, який визначається відстанню між рівнями з $J^\pi = 5/2^+$ (2,73 MeB) та енергією квадрупольного фону (1,779 MeB). Визначена нами амплітуда змішування станів $A = 0,417$ досить добре узгоджується зі значенням $A = 0,435$, яке отримано з аналізу експериментальних перерізів непружного розсіяння протонів.

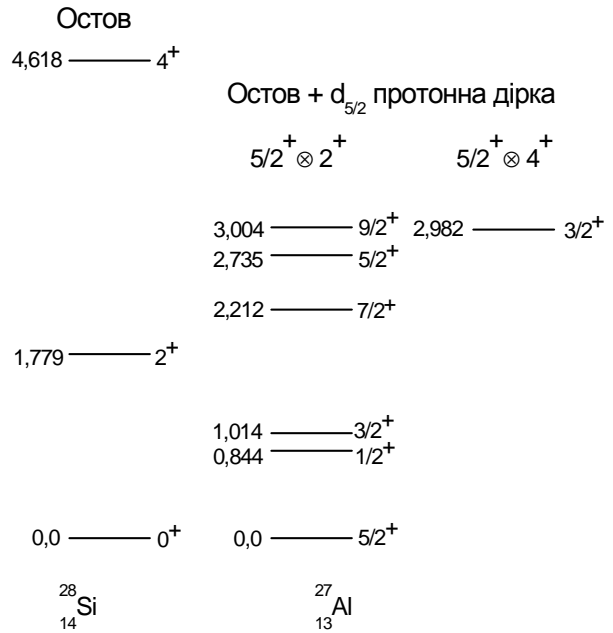
Ключові слова: змішування станів ядер, перерізи, нейтрони.

Вступ

При розрахунках перерізів прямого непружного розсіяння швидких нейтронів зі збудженням найнижчих станів непарних ядер необхідно враховувати ефект змішування основного та збудженого станів з однаковими квантовими характеристиками. Для визначення амплітуди змішування станів може бути використано модель збудженого остова (МЗО) [1]. Головна фізична ідея, покладена в основу цієї моделі, полягає в тому, що більшість властивостей непарного ядра, яке складається із парно-парного остова плюс один екстрануклон, є по суті властивостями остова. Екстрануклон, зв'язуючись з остовом залишковою взаємодією, розщеплює його енергетичні рівні в мультиплет станів відповідно з правилами додавання кутових моментів. Непарні ядра також можна розглядати як остов мінус один екстрануклон, тобто плюс одна дірка в оболонці. Саме ця конфігурація була обрана для 27Al. Схематично МЗО наведено на рисунку. Таким чином, в МЗО ядро 27Al складається із остова у вигляді парно-парного ядра 28Si, зв'язаного з 1d5/2 протонною діркою. Протонна дірка, зв'язуючись з основним станом 28Si, дає 5/2+ основний стан 27Al, а її зв'язок з першим 2+ збудженим станом 28Si породжує квінтет збуджених станів зі значеннями кутового моменту J^π від 1/2+ до 9/2+. Центр ваги квінтету (E_C) в ідеалі розташовується приблизно при тій же самій енергії збудження, що і стан 2+ в ядрі 28Si:

$$E_C = \sum_J (2J + 1)E_J / \sum_J (2J + 1) \cong \omega_2, \quad (1)$$

де $\omega_2 = 1,78$ MeB- енергія збудження 2+ стану в ядрі 28Si. На практиці сила зв'язку одночастинкової та колективної ступені свободи звичайно не мала і це приводить до того, що стани з різних мультиплетів з одним і тим же самим J сильно взаємодіють один з одним, що приводить до додаткового зсуву цих рівнів мультиплетів і порушення співвідношення (1).



Модель збудженого остова для ядра 27Al.

В енергетичному спектрі 27Al спостерігаються стани з однаковими квантовими числами (основний стан 5/2+ і збуджений 5/2+, 2,73 MeB), які й змішуються залишковою взаємодією, що мовою хвильових функцій цих станів виглядає як

$$\begin{aligned} (5/2^+)_1 : E^{(1)}, \Psi^{(1)} &= \sqrt{1-A^2}\psi_1 + A\psi_2, \\ (5/2^+)_2 : E^{(2)}, \Psi^{(2)} &= \sqrt{1-A^2}\psi_2 - A\psi_1, \quad (2) \\ (\Psi^{(2)}, \Psi^{(1)}) &= 0, \end{aligned}$$

де A - амплітуда, що характеризує величину змішування базових станів у моделі із взаємодією «частинка - остов» через фонон

$$\psi_1 \equiv \left| 00 \frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right\rangle, \quad \psi_2 \equiv \left| 12 \frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right\rangle, \quad (3)$$

ψ_1 - одночастинковий стан за відсутністю будь-яких фононів, а стан ψ_2 складається з невзаємодіючих частинки (протонна дірка) у стані 1d5/2 й

одного квадрупольного фонона (індекс 12), які зв'язані в стан з повним спіном $5/2$. Взаємодія між цими станами приводить до суттєвого зменшення перерізу непружного розсіяння із збудженням $5/2^+$ стану в порівнянні з правилом $(2J+1)$ і відштовхування цього рівня в бік більш високих енергій збудження.

Метод визначення амплітуди змішування станів

Розглянемо обчислення величини цього відштовхування, тобто відстані між вказаними $5/2^+$ станами, але перш за все визначимось із гамільтоніаном усєї системи (парно-парний остов плюс нуклон або дірка) [2]:

$$H = H_C + H_P + H_{int}. \quad (4)$$

Гамільтоніан остова H_C містить у собі енергію нульових коливань і оператор числа фононів. Одночастинковий гамільтоніан H_P узятю у вигляді потенціалу Нільссона [3]. Гамільтоніан вза-

ємодії «нуклон - фонон» H_{int} узятю у вигляді скалярного добутку тензорів [3]

$$H_{int} = -k(r) \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu}^* Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi), \quad (5)$$

де r, θ, φ – сферичні координати непарної частинки; $\alpha_{\lambda\mu}^*$ – тензор, що описує колективний рух збудженого остова; радіальна залежність потенціалу взаємодії непарної частинки з поверхневим фононом збудженого парно-парного остова має вигляд $k(r) = r(dH_P(r)/dr) = M\omega_0^2 r^2$, де M – маса нуклона, а ω_0 – осциляторний параметр потенціалу H_P .

Обчислимо тепер середні значення (енергії) повного гамільтоніану H ядра ^{27}Al у станах (2). Ці значення ми ототожнюємо з енергіями цих станів $E^{(1)}$ та $E^{(2)}$. У даному обчисленні абсолютні значення цих енергій не важливі, оскільки ми цікавимося лише відстанню між рівнями. Тоді запишемо

$$\begin{aligned} E^{(1)} &= (\Psi^{(1)}, H \Psi^{(1)}) = (1-A^2)H_{11} + A\sqrt{1-A^2}(H_{12} + H_{21}) + A^2H_{22}, \\ E^{(2)} &= (\Psi^{(2)}, H \Psi^{(2)}) = (1-A^2)H_{22} - A\sqrt{1-A^2}(H_{12} + H_{21}) + A^2H_{11}. \end{aligned} \quad (6)$$

Оскільки повний гамільтоніан є ермітовим, то $H_{12} = H_{21}$. Таким чином, відстань між рівнями, яка визначається різницею між $E^{(2)}$ і $E^{(1)}$, набуває вигляду

$$\Delta = (1-2A^2)(H_{22} - H_{11}) - 4A\sqrt{1-A^2}H_{21}. \quad (7)$$

Розраховуючи матричні елементи повного гамільтоніану H по базових станах, остаточно одержимо

$$\Delta = (1-2A^2)\omega_2 - 4A\sqrt{1-A^2} \left(\frac{7}{2\pi}\right)^{1/2} \omega_0 \left(\frac{\omega_2}{2C_2}\right)^{1/2}, \quad (8)$$

де C_2 - параметр жорсткості, який ми визначимо нижче з розв'язку секулярного рівняння, а ω_2 - енергія квадрупольного фонона.

При відсутності взаємодії між частинкою та остовом змішування станів не відбувається ($A = 0$) і тому $\Delta = \omega_2$, що має простий фізичний зміст, але не представляє ніякого практичного інтересу, бо означає, що всі збуджені стани квінтету вироджені й мають одну й ту саму енергію збудження ω_2 . Урахування ж взаємодії частинки з остовом приводить до зняття виродження, бо рівні квінтету розщеплюються на окремі компо-

ненти. Рівняння (8) дозволить у подальшому визначити амплітуду змішування станів, виходячи тільки з експериментального значення відстані між розглядуваними рівнями Δ .

Задача визначення власних значень повного гамільтоніану H для розглядуваного випадку двох станів (2) може бути вирішена в загальному вигляді другим способом, а саме методом секулярного рівняння або діагоналізацією енергетичної матриці. Цінність такого підходу полягає в тому, що одержане рівняння не залежить від амплітуди змішування A або в загальному випадку від коефіцієнтів розкладу повної хвильової функції Ψ по базових станах (3). У результаті виникає нове співвідношення, яке пов'язує відстань між рівнями Δ з жорсткістю C_2 . Розглянемо, наприклад, рівняння Шредінгера для основного стану $\Psi^{(1)}$, не конкретизуючи коефіцієнти його розкладу по базових станах

$$(E - H)(a_{11}\psi_1 + a_{12}\psi_2) = 0. \quad (9)$$

Помноживши формулу (9) зліва по черзі на ψ_1^* і ψ_2^* та інтегруючи, одержимо систему двох однорідних рівнянь

$$(E - H_{11})a_{11} + (E\delta_{12} - H_{12})a_{12} = 0,$$

$$(E\delta_{12} - H_{21})a_{11} + (E - H_{22})a_{12} = 0. \quad (10)$$

Однорідна система рівнянь відносно коефіцієнтів розкладу a_{11} і a_{12} буде мати ненульове рішення, якщо детермінант цієї системи дорівнює нулю. Одержане з цієї умови квадратне рівняння для значень енергій станів дає змогу знайти наступні розв'язки для енергій станів:

$$E^{(1,2)} = \frac{1}{2}(H_{11} + H_{22}) \mp \frac{1}{2}\sqrt{(H_{22} - H_{11})^2 + 4H_{21}^2}, \quad (11)$$

де для основного стану потрібно вибирати верхній знак, а для збудженого – нижній.

Таким чином, відстань між рівнями набуває вигляду

$$\Delta = \sqrt{(H_{22} - H_{11})^2 + 4H_{21}^2} = \omega_2 \sqrt{1 + \frac{7}{\pi} \frac{\omega_0^2}{C_2 \omega_2}}. \quad (12)$$

З цієї формули можна визначити ядерну жорсткість C_2 .

Перейдемо тепер до розв'язку рівняння (8) відносно амплітуди змішування A , виключивши з нього жорсткість за допомогою формули (12). У результаті одержимо

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta}{\omega_2} + 1 \right) = (1 - A^2) - A \sqrt{1 - A^2} \sqrt{\left(\frac{\Delta}{\omega_2} \right)^2 - 1}. \quad (13)$$

Із формули (13) можна отримати вираз для амплітуди змішування

$$A = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\omega_2}{\Delta} \right)}. \quad (14)$$

Використовуючи експериментальні значення $\Delta = 2,73$ МеВ, $\omega_2 = 1,78$ МеВ, одержимо значення амплітуди змішування $A = 0,417$. Отримане нами значення амплітуди змішування досить добре узгоджується зі значенням $A = 0,435$, яке отримано з аналізу перерізів непружного розсіяння протонів [4].

Висновки

На закінчення розглянемо наслідки, до яких приводить змішування станів з однаковими квантовими характеристиками і які належать різним мультиплетам. Для ядра ^{27}Al з урахуванням змішування станів перерізи прямого непружного розсіяння зі збудженням рівнів з $J^\pi = 5/2^+$ і $J^\pi \neq 5/2^+$, обчислені в рамках МЗО, набувають такого вигляду:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(\frac{5^+}{2}, 0 \rightarrow \frac{5^+}{2}, 2,73 \text{ МеВ} \right) = (1 - 2A^2)^2 \frac{1}{5} \frac{d\sigma}{d\Omega} (0^+ \rightarrow 2^+, 1,78 \text{ МеВ}; ^{28}\text{Si}), \quad (15)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \left(\frac{5^+}{2}, 0 \rightarrow J^+, E_J \right) = (1 - A^2) \frac{2J + 1}{30} \frac{d\sigma}{d\Omega} (0^+ \rightarrow 2^+, 1,78 \text{ МеВ}; ^{28}\text{Si}), \quad (16)$$

де $\frac{d\sigma}{d\Omega} (0^+ \rightarrow 2^+, 1,78 \text{ МеВ}; ^{28}\text{Si})$ - переріз прямого збудження рівня 2^+ ядра ^{28}Si , обчислений нами за методом зв'язаних каналів за програмою ECIS-94 [5] у рамках ротаційної моделі з параметрами деформації $\beta_2 = -0,36$ і $\beta_4 = 0,2$ [6]. Розрахунки прямого розсіяння нейтронів на ядрі ^{28}Si проведено з усередненими параметрами ОП [7], за винятком W_c , величину якого зменшено на 20%. Обчислений переріз прямого збудження рівня 2^+ ядра ^{28}Si плавно зростає від порога й досягає максимальної величини ≈ 100 мб при енер-

гії 10 МеВ і плавно зменшується до ≈ 82 мб при енергії 20 МеВ.

Із співвідношень (15) і (16) видно, що врахування змішування станів у хвильових функціях компонент мультиплетів приводить до істотного зменшення перерізів непружного розсіяння нейтронів ядром ^{27}Al . А саме переріз прямого збудження станів квінтету з $J^\pi \neq 5/2^+$ зменшується на фактор 0,826, а переріз збудження стану з $J^\pi = 5/2^+$ зменшується на фактор 0,42. Це забезпечує краще узгодження розрахованих перерізів з експериментальними [7].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Hodgson P.E.* Nuclear Reactions and Nuclear Structure. - Oxford: Clarendon Press, 1971.
2. *Eisenberg J.M., Greiner W.* Nuclear models. Collective and single-particle phenomena. - М.: Atomizdat, 1975. - 453 p.
3. *Nilsson S.G.* Bounded states of individual nucleons in strong deformed nuclei // Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. - 1955. - Vol. 29, No. 16. - P. 1.
4. *Whisnant C.S., Dave J.H., Gould C.R.* Elastic and inelastic neutron scattering from ^{27}Al at 11, 14, and

- 17 MeV // Phys. Rev. - 1984. - Vol. C30. - P. 1435.
5. *Raynal J.* Notes on ECIS-94. Centre d'Etudes de Saclay Service de Physique Theorique Laboratoire de la Direction des Sciences de la Matière. Septembre 1994. ISSN 0429 -3460. CEA - N - 2772.
6. *Dagge G., Grum W., Hammer J.W. et al.* Optical model analysis of polarized neutron scattering from aluminum, copper, and chromium // Phys. Rev. - 1989. - Vol. C39. - P. 1768.
7. *Корж І.О., Скляр М.Т., Фурса А.Д.* Вплив змішування станів мультиплетів у ядрі ^{27}Al на перерізи розсіяння нейтронів // УФЖ. - 2008. - Т. 53, № 8. - С. 744 - 750.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ СМЕШИВАНИЯ СОСТОЯНИЙ $5/2^+$ В ЯДРЕ ^{27}Al

И. А. Корж, Н. Т. Скляр, А. Д. Фурса

Разработан метод расчета амплитуды смешивания состояний ядер, в которых среди компонент мультиплетов возбужденных состояний наблюдаются состояния с такими же квантовыми характеристиками, что и в основном состоянии нечетного ядра. Для ядра ^{27}Al нами впервые получено выражение для амплитуды смешивания состояний, которое определяется расстоянием между уровнями с $J^\pi = 5/2^+$ (2,73 МэВ) и энергией квадрупольного фонона (1,779 МэВ). Полученная нами амплитуда смешивания состояний $A = 0,417$ довольно хорошо согласуется со значением $A = 0,435$, которое получено из анализа экспериментальных сечений упругого рассеяния протонов.

Ключевые слова: смешивание состояний ядер, сечения, нейтроны.

DETERMINATION OF MIXING AMPLITUDE FOR STATES $5/2^+$ IN NUCLEUS ^{27}Al

I. O. Korzh, M. T. Sklyar, A. D. Foursat

The method was elaborated for calculation of the mixing amplitude of nuclei states where among multiplet components of excited states the states with the same quantum numbers as for the ground state of odd nucleus were observed. For nucleus ^{27}Al for the first time we received formula for the state mixing amplitude which is defined by distance between levels with $J^\pi = 5/2^+$ (2.73 MeV) and energy of a quadruple phonon (1.779 MeV). Our value of state mixing amplitude $A = 0.417$ is in a good agreement with the value $A = 0.435$ obtained from the analysis of experimental cross sections of inelastic scattering of protons.

Keywords: mixing of nuclei states, cross-sections, neutrons.

Надійшла до редакції 04.02.09,
після доопрацювання - 24.03.09.