

Д. В. П'ятницький

Інститут теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова НАН України, Київ

СТРУКТУРНІ ФУНКЦІЇ ЯДРА ${}^4\text{He}$ ТА ЇХНІ АСИМПТОТИКИ

Отримано розподіли густини, парні кореляційні функції, імпульсні розподіли і формфактори ядра ${}^4\text{He}$. Вивчено асимптотичну поведінку розподілів густини і кореляційних функцій на великих відстанях. Виконано порівняння зарядових формфакторів та імпульсних розподілів, розрахованих для різних потенціалів взаємодії між нуклонами, з експериментальними даними. На прикладі асимптотики імпульсного розподілу протонів в ядрі ${}^4\text{He}$ показано, що для великих імпульсів асимптотика визначається відштовхуванням на малих відстанях у потенціалах взаємодії.

Ключові слова: чотиринуклонне ядро ${}^4\text{He}$, розподіл густини, формфактор, імпульсний розподіл, асимптотика.

Вступ

В ядерній фізиці є актуальним дослідження структурних особливостей малонуклонних ядер, зокрема чотиринуклонного ядра ${}^4\text{He}$. Для даного ядра багатьма авторами вже досліджено різними методами велику кількість параметрів: від енергії зв'язку і середньоквадратичних розмірів до розподілів густини, формфакторів, імпульсних розподілів та інших структурних функцій. Також для ядра ${}^4\text{He}$ отримано багато експериментальних характеристик, які можна порівнювати з теоретичними розрахунками. Водночас такі особливості структури, як асимптотики розподілів густини, парних кореляційних функцій, формфакторів та імпульсних розподілів, залишаються недослідженими. Хоча вивчення даних асимптотик може бути надзвичайно корисним для кращого розуміння структури чотиринуклонного ядра ${}^4\text{He}$.

У даній роботі досліджено основні структурні особливості чотиринуклонного ядра ${}^4\text{He}$ в рамках варіаційного методу з гаусоїдним базисом. Ця робота є продовженням статті [1], але тут виконано розрахунок з використанням нового "київського" потенціалу взаємодії K2 [2], який побудовано для сумісного опису основних експериментальних параметрів дво-, три- та чотиринуклонних ядер. Тут зроблено акцент на асимптотичну поведінку розподілів густини і парних кореляційних функцій. Енергію зв'язку і розміри ядра ${}^4\text{He}$ розраховано з використанням варіаційного методу з гаусоїдним базисом (див. також [1 - 4]) у рамках представлення без ізоспіну [5]. У варіаційному методі застосовано стохастичну (див. [6]) і пряму схеми оптимізації функціоналу енергії за нелінійними варіаційними параметрами. У роботі запропоновано вигляд асимптотик розподілів густини і парних кореляційних функцій на великих відстанях. Для "київського" потенціалу K2 [2] розраховано імпульсні розподіли і зарядо-

ві формфактори й одержано краще узгодження даних величин з експериментом, аніж з іншими використаними потенціалами. Досліджено поведінку імпульсних розподілів і формфакторів при великих переданих імпульсах.

Метод розрахунків

Розглянемо чотиринуклонну систему ${}^4\text{He}$ ($ppnn$) з гамільтоніаном

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_p}(\hat{p}_1^2 + \hat{p}_2^2) + \frac{1}{2m_n}(\hat{p}_3^2 + \hat{p}_4^2) + \sum_{i>j} \hat{V}_{ij} + \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}, \quad (1)$$

де \hat{V}_{ij} – центральні обмінні сферично-симетричні потенціали взаємодії між двома нуклонами. Парні потенціали взаємодії вибрано у майоранівській формі

$$\hat{V}_{ij} = \left[V_s^+(r_{ij}) \hat{P}_s(\sigma_i, \sigma_j) + V_t^+(r_{ij}) \hat{P}_t(\sigma_i, \sigma_j) \right] \frac{(1 + \hat{P}_r)}{2} + \left[V_s^-(r_{ij}) \hat{P}_s(\sigma_i, \sigma_j) + V_t^-(r_{ij}) \hat{P}_t(\sigma_i, \sigma_j) \right] \frac{(1 - \hat{P}_r)}{2}, \quad (2)$$

де \hat{P}_r – оператор Майорани перестановки просторових координат ($\hat{P}_r \Psi(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \Psi(\vec{r}_j, \vec{r}_i)$), \hat{P}_t і \hat{P}_s – спінові оператори проектування на триплетний та синглетний стани двох нуклонів, а $V_t^\pm(r)$ і $V_s^\pm(r)$ – просторова частина двонуклонних потенціалів взаємодії в триплеті і синглеті та в парних (+) і непарних (-) станах за кутовим моментом пари нуклонів. Протони позначено номерами 1 і 2, а нейтрони – 3 і 4. Радіальну залежність просторових компонент потенціалів взаємодії $V_t^\pm(r)$ та $V_s^\pm(r)$ вибрано у вигляді суперпозиції гаусоїд

$$V(r) = \sum_{k=1}^3 V_{(0)k} \exp\left(-r^2/r_{(0)k}^2\right). \quad (3)$$

Параметри даних потенціалів можна знайти в роботах [1, 2].

Для розрахунку параметрів основного стану чотири核онного ядра ${}^4\text{He}$ використовується представлення без ізоспіну [5], у рамках якого нейтрон і протон вважаються різними частинками. Як показано в роботі [5] представлення без ізоспіну ϵ , по-перше, повністю еквівалентним використанню формалізму ізоспіну, по-друге, воно дозволяє суттєво полегшити розрахунок, оскільки спрощується повна система рівнянь для просторових компонент хвильової функції чотирьох нуклонів. У представленні без ізоспіну повна хвильова функція системи ${}^4\text{He}$ має вигляд

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\xi' \Phi_1 - \xi'' \Phi_2), \quad (4)$$

де Φ_1 і Φ_2 – просторові компоненти хвильової функції, відповідно симетрична та антисиметрична відносно перестановки тотожних протонів (і нейтронів); ξ' і ξ'' – спінові компоненти хвильової функції системи ${}^4\text{He}$ з повним спіном $S = 0$. У рамках представлення без ізоспіну треба розв'язувати систему двох рівнянь для просторових компонент хвильової функції Φ_1 і Φ_2 . Дана система рівнянь досить детально розглядається в роботах [1, 5], тому в цій роботі ми її не наводимо з міркувань скорочення обсягу статті.

Систему рівнянь для Φ_1 і Φ_2 розв'язано варіаційним методом з гаусоїдним базисом. Симетричну та антисиметричну просторові компоненти чотиричастинкової хвильової функції представлено у вигляді

$$\begin{aligned} \Phi_\nu &= \hat{S} \sum_{i=1}^{K_\nu} N_i^{(\nu)} \varphi_i^{(\nu)} = \\ &= \hat{S} \sum_{i=1}^{K_\nu} N_i^{(\nu)} e^{-a_i^{(\nu)} r_1^2 - b_i^{(\nu)} r_2^2 - c_i^{(\nu)} r_3^2 - d_i^{(\nu)} r_4^2 - e_i^{(\nu)} r_{23}^2 - f_i^{(\nu)} r_{24}^2 - f_i^{(\nu)} r_{34}^2}, \\ &\nu = \overline{1, 2}, \end{aligned} \quad (5)$$

де \hat{S} – оператор симетризації відносно перестановок тотожних нуклонів ($1 \leftrightarrow 2$ або $3 \leftrightarrow 4$). Тут $a_i^{(\nu)}$, $b_i^{(\nu)}$, $c_i^{(\nu)}$, $d_i^{(\nu)}$, $e_i^{(\nu)}$, $f_i^{(\nu)}$ – нелінійні варіаційні параметри для кожної з просторових компонент (ν) і для кожної гаусоїди (i), K_ν – кількість базисних функцій для кожної з компонент Φ_1 і Φ_2 . Базис (5) дає змогу отримати в явному вигляді всі матричні елементи від гамільтоніану. Крім того, з таким базисом можна легко обчис-

лювати різні структурні функції чотири核онної системи ${}^4\text{He}$. Для оптимізації функціоналу енергії за нелінійними параметрами в реалізації варіаційного розрахунку використано почергово прямі і стохастичні схеми мінімізації. Таким чином, ми прагнули досягти максимальної точності за якомога менший час розрахунку. У розрахунку використано базис з $K_1 = 150$ і $K_2 = 60$, який гарантує належну точність усіх характеристик.

У роботі використано кілька потенціалів взаємодії між нуклонами. Це добре відомі потенціали Ефнана - Танга і Мінесоти (далі – АТ і М), а також потенціали K_1 і K_2 , запропоновані нами. “Київський” потенціал K_2 є найкращим для сумісного опису експериментальних даних систем двох, трьох та чотирьох нуклонів. Зокрема, він описує експериментальні дані для довжин розсіювання та ефективних радіусів взаємодії в триплетному і синглетному станах двох нуклонів, енергії зв'язку дейтрона, енергії зв'язку і середньоквадратичних радіусів ядер ${}^3\text{H}$, ${}^3\text{He}$ і ${}^4\text{He}$ [2]. Варто також додати, що K_2 добре описує експерименти для зарядового формфактора та імпульсного розподілу протонів у тринуклонному ядрі ${}^3\text{He}$ [7].

Розподіли густини та парні кореляційні функції

За допомогою хвильової функції, отриманої з варіаційного розрахунку, можна обчислити структурні функції ядра ${}^4\text{He}$. Загальне визначення масового одноклонного розподілу густини нуклонів має вигляд

$$\rho(r) = \langle \Psi | \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \delta(\vec{r} - (\vec{r}_i - \vec{R}_{c.m.})) | \Psi \rangle, \quad (6)$$

де Ψ – хвильова функція чотири核онної системи. Розподіл густини, як відомо, визначає ймовірність нуклона знаходитись на певній відстані від центра мас системи. Для розрахунку розподілу густини протонів у формулі (6) треба взяти суму тільки за протонами, аналогічно і для розподілу густини нейтронів. Парна кореляційна функція i -го та j -го нуклонів задається формулою

$$g_{ij}(r) = \langle \Psi | \delta(\vec{r} - (\vec{r}_i - \vec{r}_j)) | \Psi \rangle, \quad (7)$$

що визначає ймовірність для двох нуклонів в ядрі знаходитись на певній відстані між собою.

Розподіли густини та парні кореляційні функції для ядра ${}^4\text{He}$ вже було розглянуто в роботі [1]. Тут ми приділили більше уваги асимптотичній поведінці цих функцій на великих відстанях. Для пояснення основних властивостей розподілів густини та парних кореляційних функцій розглянемо рис. 1 і 2.

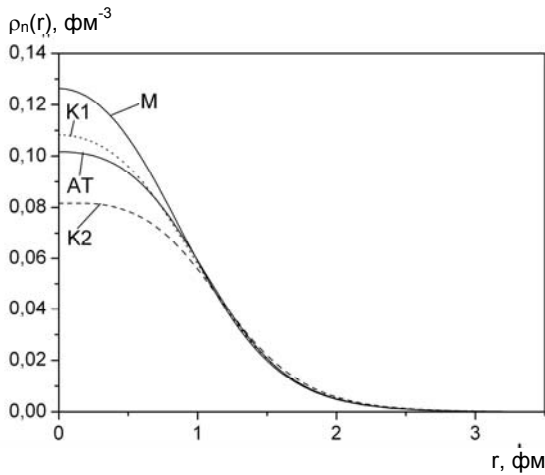


Рис. 1. Розподіли густини нейтронів в ${}^4\text{He}$ для різних потенціалів взаємодії (M – Мінесоти, AT – Ефнана - Танга, K1 і K2).

На рис. 1 зображено розподіли густини нейтронів в ядрі ${}^4\text{He}$, розраховані для потенціалів M, AT, K1 і K2. Розподіли густини нормовані на одиницю. Порядок розташування кривих на малій відстані пов'язано з відштовхуванням у відповідних потенціалах взаємодії – чим більше відштовхування, тим менша ймовірність знаходження нуклонів на малих відстанях. Варто також додати, що поведінка розподілу густини протонів і масового розподілу густини якісно аналогічна розподілу густини нейтронів. На відміну від розподілів густини в тринуклонних системах [4] на кривих розподілів густини в ядрі ${}^4\text{He}$ (див. рис. 1) певні немонотонності на малих відстанях відсутні, оскільки при їхньому розрахунку виконується інтегрування за більшою кількістю змінних.

На рис. 2 відображено поведінку парних кореляційних функцій протонів в ${}^4\text{He}$ для різних потенціалів взаємодії. Видно, що криві містять провали на меншій відстані на відміну від розподілів густини. Їхня наявність є наслідком відштовхування у відповідних потенціалах, а глибина прямо залежить від величини інтенсивності відштовхування. Парні кореляційні функції описують взаємне розташування двох нуклонів в ядрі (у присутності двох інших нуклонів) і їхня поведінка якісно схожа на квадрат хвильової функції дейтрона [1]. Поведінка кореляційних функцій протонів на рис. 2 визначається, головним чином, синглетним протон-протонним потенціалом, до того ж два протони взаємодіють лише в синглетному стані. Зокрема, синглетний потенціал K1 взагалі не містить відштовхування, тому провал у кореляційній функції відсутній (див. рис. 2).

Цікавою й мало вивченою проблемою в загальному плані є пошук асимптотики структурних

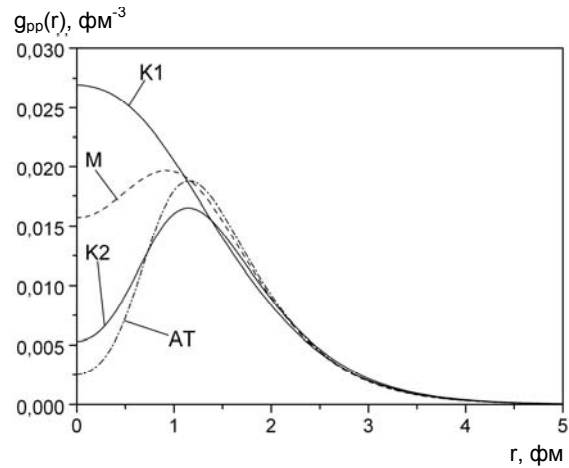


Рис. 2. Парні кореляційні функції протонів в ${}^4\text{He}$.

функцій $\rho(r)$ і $g(r)$ при $r \rightarrow \infty$. Для чотири-нуклонного ядра ${}^4\text{He}$ це питання, як нам відомо, не розглядалося і є значно складнішим, ніж для тринуклонних ядер ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$. Головна їхня відмінність полягає в тому, що для систем ${}^3\text{H}$ і ${}^3\text{He}$ відомою є асимптотика Меркур'єва для хвильової функції трьох нуклонів (визначена в [8, 9]), а для чотирьох частинок асимптотична поведінка хвильових функцій практично не вивчалася. У даній роботі запропоновано вигляд такої асимптотики, виходячи з простих міркувань. На основі асимптотики хвильової функції вже можна досить легко отримати поведінку розподілу густини і парної кореляційної функції на великій відстані.

Для пошуку асимптотики хвильової функції чотирьох частинок припустимо, що хвильова функція залежить лише від гіперрадіуса, як у методі гіперсферичних функцій (див. також [10]), а кутові змінні вважатимемо несуттєвими. Для великого гіперрадіуса рівняння Шрьодінгера не містить взаємодії і зводиться до

$$\left(-\frac{1}{\rho^8} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho^8 \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\hat{I}_{eff}^2}{\rho^2} \right) \chi(\rho) = -\alpha^2 \chi(\rho),$$

при $\rho \rightarrow \infty$. (8)

Тут ρ – гіперрадіус

$\rho = \frac{1}{2} \sqrt{r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{14}^2 + r_{23}^2 + r_{24}^2 + r_{34}^2}$, α залежить від енергії зв'язку чотири-нуклонної системи $\alpha = \sqrt{2m|E|}$ (у цьому наближенні поріг розпаду $E = 0$). Нехай асимптота хвильової функції має вигляд

$$\chi(\rho) \sim \rho^\gamma e^{-\alpha \rho}, \text{ при } \rho \rightarrow \infty. \quad (9)$$

Підставивши рівняння (9) у (8), отримаємо $\gamma = -4$ при значенні ефективного кутового моменту $L_{eff} = 3$. Нагадаємо, що в методі гіперсферичних функцій у системах трьох і більшої кількості частинок завжди присутній ненульовий ефективний кутовий момент. Отже, хвильова функція чотирьох частинок при великому значенні гіперрадіуса має асимптотику $\sim \frac{e^{-\alpha\rho}}{\rho^4}$.

Підставимо асимптоту хвильової функції чотирьох нуклонів у визначення парної кореляційної функції (7) і перейдемо до координат Якобі ($\rho^2 = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$). Тоді отримаємо

$$g(r) \approx const \int d\vec{q}_2 d\vec{q}_3 \frac{e^{-2\alpha\sqrt{\frac{r^2}{2} + q_2^2 + q_3^2}}}{\left(\frac{r^2}{2} + q_2^2 + q_3^2\right)^4}, \quad r \rightarrow \infty, \quad (10)$$

У $const$ будуть включатися всі константи та інтегрування за кутами. Далі виділимо r за допомогою заміни $q_2 = \frac{r}{\sqrt{2}}Q_2$, $q_3 = \frac{r}{\sqrt{2}}Q_3$. Перейдемо від змінних Q_2 і Q_3 до змінної Q ($Q^2 = Q_2^2 + Q_3^2$) і кута. Тоді інтеграл перетвориться в

$$g(r) \approx \frac{const}{r^2} \int_0^\infty dQ Q^5 \frac{e^{-\lambda r \sqrt{1+Q^2}}}{(1+Q^2)^4}, \quad r \rightarrow \infty, \quad (11)$$

де $\lambda = \sqrt{2}\alpha$. Нас цікавить асимптотика інтеграла (11) при великих r . Її шукаємо за допомогою методу стаціонарної точки (див., наприклад, [11]). Вираз в експоненті набуває найменшого значення при $Q \rightarrow 0$. Тому розкладаємо $\sqrt{1+Q^2}$ в ряд в околі нуля. Одержимо $\sqrt{1+Q^2} = 1 + \frac{1}{2}Q^2$.

Тоді вираз (11) переходить у

$$g(r) \approx const \frac{e^{-\lambda r}}{r^2} \int_0^\infty dQ Q^5 \frac{e^{-\frac{\lambda r}{2}Q^2}}{(1+Q^2)^4}, \quad r \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Оскільки важливими є лише малі Q^2 , то в знаменнику можна знехтувати Q^2 . Вводимо заміну $Q^2 = x$ і маємо

$$g(r) \approx const \frac{e^{-\lambda r}}{r^2} \int_0^\infty dx x^2 e^{-\frac{\lambda r}{2}x}, \quad r \rightarrow \infty, \quad (13)$$

звідки отримуємо $g(r) \approx const \frac{e^{-\lambda r}}{r^2} \left(\frac{2}{\lambda r}\right)^3$,

$r \rightarrow \infty$. Таким чином, кореляційна функція на великій відстані визначається як

$$g(r) \approx g_0 \frac{e^{-\lambda r}}{r^5}, \quad r \rightarrow \infty, \quad (14)$$

що і визначає асимптотику парної кореляційної функції при великих значеннях r . Показник в експоненті має вигляд $\lambda = 2\sqrt{m|E|}$, оскільки $\alpha = \sqrt{2m|E|}$. Тут E – енергія зв'язку чотиринуклонної системи; m – маса нуклона; g_0 – асимптотична константа нормування. Нами знайдено всі асимптотичні константи нормування g_0 для різних потенціалів взаємодії і для різних кореляційних функцій.

Пошук асимптотики розподілів густини здійснюється аналогічним чином. Наявність радіуса центра мас у визначенні розподілу густини дещо змінює вираз у δ -функції. Тоді, асимптотика розподілу густини має вигляд

$$\rho(r) \approx \rho_0 \frac{e^{-\mu r}}{r^5}, \quad r \rightarrow \infty. \quad (15)$$

Тут інтегрування виконано аналогічно до формул (10) - (14). Лише при інтегруванні з δ -функції виникає інший множник. Таким чином, показник в експоненті μ для розподілів густини визначається як $\mu = 2\sqrt{\frac{8}{3}m|E|}$ для чотиринуклонного ядра.

Можна записати також асимптотику розподілів густини (15) для ядра з N нуклонів:

$$\rho(r) \approx \rho_0 \frac{e^{-\mu r}}{r^{\frac{3N-2}{2}}}, \quad \mu = 2\sqrt{2\left(\frac{N}{N-1}\right)m|E|}, \quad r \rightarrow \infty, \quad (16)$$

де множник $2\left(\frac{N}{N-1}\right)$ у формулі (16) отримано з виразу $(\vec{r} - (\vec{r}_N - \vec{R}_{c.m.}))$ при переході до координат Якобі для системи з N нуклонів. У попередніх роботах [3, 4] у виразі для $\rho(r)$ при $r \rightarrow \infty$ в показнику експоненти пропущено множник $\sqrt{\left(\frac{2}{N-1}\right)}$. Асимптотики розподілів густини тринуклонних ядер [4] розраховано за правильною формулою (16).

Асимптотики при $r \rightarrow \infty$ розподілів густини і парних кореляційних функцій ядра ${}^4\text{He}$ зображено на рис. 3 і 4 в напівлогарифмічному масштабі.

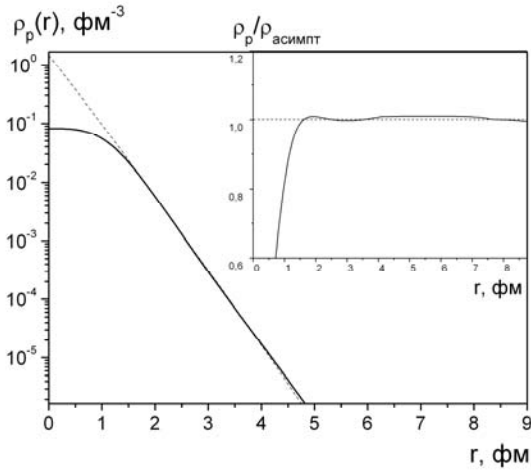


Рис. 3. Розподіл густини протонів в ${}^4\text{He}$ з потенціалом K2, а також його асимптота. На вставці – відношення ρ_p та асимптоти.

Поруч наведено відношення кривих і відповідних асимптотик. При пошуку асимптотик ми ввели в знаменник доданок виду $C\langle r^2 \rangle$ ($\langle r^2 \rangle$ – середньоквадратичний радіус відповідної системи) для усунення невизначеності при $r \rightarrow 0$. Таким чином, у випадку розподілу густини нейтронів (див. рис. 3) асимптота має вигляд

$$\rho_n(r) \approx 32859 \frac{e^{-2,697992r}}{(r^2 + 55,3536)^{3/2}}, \quad \text{а для парної кореляційної функції (див. рис. 4)}$$

$$g_{nn}(r) \approx 26903 \frac{e^{-1,6521756r}}{(r^2 + 77,49504)^{3/2}} \quad \text{при } r \rightarrow \infty.$$

Асимптоти для інших розподілів густини та парних кореляційних функцій можуть бути знайдені аналогічно. Як видно з рис. 3 і 4, асимптоти простежуються в дещо різних областях, для розподілу густини від 1,5 до 8 Фм, а для парної кореляційної функції – від 4 до 17 Фм. Це пов'язано з різним фізичним змістом даних структурних функцій і різницею в розрахунках для них. У наших обчисленнях ми переконалися, що розподіли густини визначаються на більших відстанях менш точно, ніж кореляційні функції. Парна кореляційна функція є дещо простішою величиною, оскільки описує фактично поведінку двох частинок у присутності інших, і закономірності її поведінки відповідають формі відповідної взаємодії між двома нуклонами. У розподілі густини описується нуклон відносно центра мас всієї системи, де дію конкретної компоненти потенціалу простежити важче.

Треба наголосити, що одержані в даній роботі асимптотики є лише першим кроком у розв'язанні складної проблеми асимптотик структур-

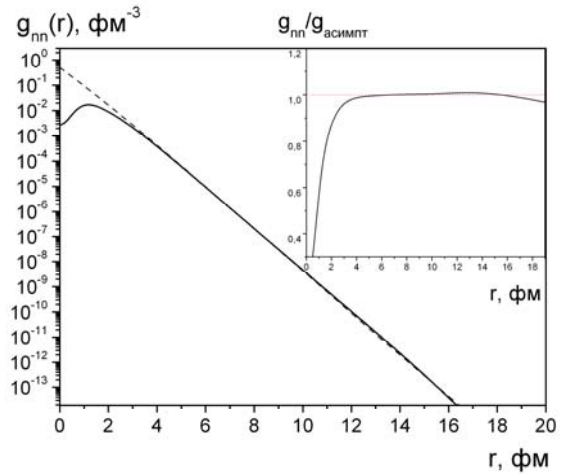


Рис. 4. Парна кореляційна функція нейтронів в ${}^4\text{He}$ з потенціалом K2, а також асимптота. На вставці – відношення g_{nn} та асимптоти.

них функцій, і вони знайдені в рамках суттєвих спрощень і припущень. Але вони, безумовно, уже дають уявлення про поведінку розподілів густини та парних кореляційних функцій на великих відстанях.

Формфактори та імпульсні розподіли

Формфактори та імпульсні розподіли нуклонів для ядра ${}^4\text{He}$ розглядалися в [1]. А ця робота присвячена розрахунку даних величин з новим потенціалом K2 та їхній поведінці при великих значеннях імпульсів. Формфактор є фур'є-компонентою відповідного розподілу густини. Наприклад, масовий формфактор визначається масовим розподілом густини як

$$F_m(q) = \int d\vec{r} \rho_m(r) e^{-i\vec{q}\vec{r}}. \quad (17)$$

При пошуку формфактора протонів (зарядового формфактора) використовується розподіл густини протонів.

Імпульсний розподіл i -го нуклона визначається через хвильову функцію ядра ${}^4\text{He}$ в імпульсному представленні $\tilde{\Psi}$ як

$$n_i(k) = \langle \tilde{\Psi} | \delta(\vec{k} - (\vec{k}_i - \vec{K}_{c.m.})) | \tilde{\Psi} \rangle, \quad (18)$$

де $\vec{K}_{c.m.}$ – імпульс центра мас. Імпульсний розподіл визначає імовірність для нуклона в ядрі мати імпульс певної величини.

На рис. 5 і 6 показано зарядові формфактори (формфактори з урахуванням неточковості нуклонів) та імпульсні розподіли протонів для ${}^4\text{He}$ разом з експериментальними даними (формфактор з [12], імпульсний розподіл протонів з [13]).

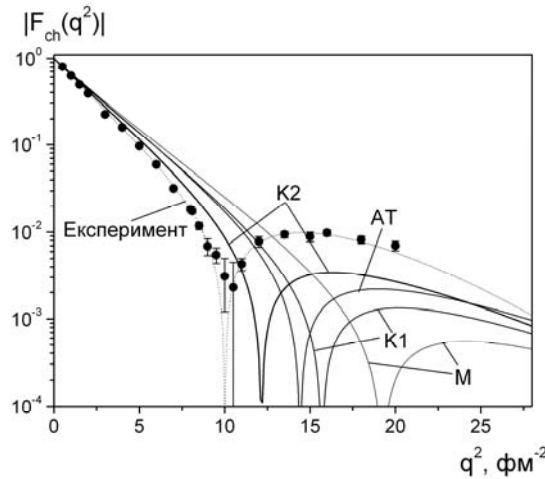


Рис. 5. Зарядові формфактори ядра ${}^4\text{He}$ для різних потенціалів взаємодії та експериментальні дані.

Видно, що потенціал K2, який ми вважаємо найкращим для опису малонуклонних систем [2], досить добре описує експериментальний зарядовий формфактор, зокрема положення провалу (див. рис. 5), хоча підгонка цього потенціалу до експериментального формфактора ${}^4\text{He}$ спеціально не проводилася. У випадку імпульсного розподілу узгодження з експериментом для потенціалу K2 також є задовільним (див. рис. 6).

Щодо асимптотик формфакторів і імпульсних розподілів при великих імпульсах, то тут варто нагадати про певні припущення, які наявні в літературі, зокрема в роботі [14]. Асимптотика формфактора для чотиринуклонного ядра ${}^4\text{He}$ припускається у вигляді

$$F(q) \sim \left(\frac{v(q)}{q^2} \right)^3, \text{ при } q \rightarrow \infty, \quad (19)$$

з точністю до множника перед виразом. Тут $v(q)$ – фур'є-перетворення від потенціалу взаємодії. Асимптотика імпульсного розподілу

$$n(k) \sim \left(\frac{v(k)}{k^2} \right)^2, \text{ при } k \rightarrow \infty, \quad (20)$$

Асимптотики (19) і (20) було перевірено для розрахованих нами формфакторів та імпульсних розподілів. Виявлено, що асимптотика (19) не справджується для потенціалів нуклон-нуклонної взаємодії у вигляді суперпозиції гаусоїд і для ядра ${}^4\text{He}$, так само як і для тринуклонних ядер (див. також [4]). Формфактор спадає повільніше за (19). Варто наголосити, що в роботі [14] та інших роботах, присвячених асимптотиці формфакторів, розглядалися фактично лише потенціали у формі Юкави. Асимптотика формфакторів у випадку

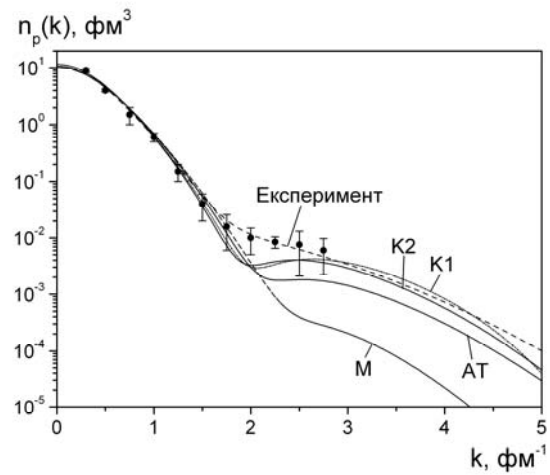


Рис. 6. Імпульсні розподіли протонів в ядрі ${}^4\text{He}$ для різних потенціалів взаємодії та експериментальні дані.

потенціалів у гаусоїдній формі, які використовуються нами в даній роботі, повинна мати інший вигляд. Проблема асимптотики формфакторів при великих переданих імпульсах є дуже складною і потребує окремого дослідження.

На відміну від формфакторів асимптотика (20) добре підходить для імпульсних розподілів. Вигляд даної асимптотики зображено на рис. 7 на прикладі імпульсного розподілу протонів в ${}^4\text{He}$, розрахованому з потенціалом M (даний потенціал має найменшу кількість компонент).

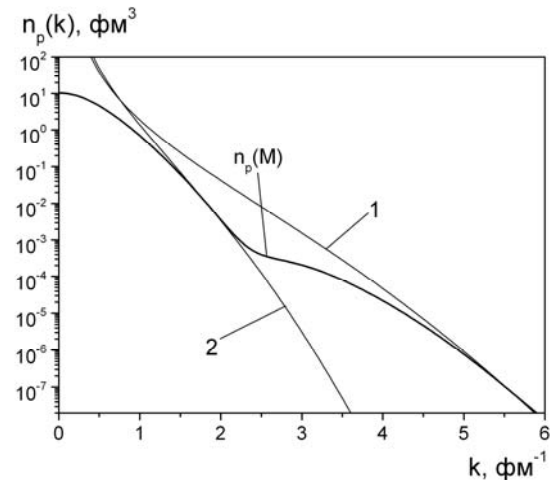


Рис. 7. Імпульсний розподіл протонів в ядрі ${}^4\text{He}$ з потенціалом M: 1 – асимптота з використанням лише відштовхувальної частини потенціалу M; 2 – асимптота з використанням тільки синглетного притягування в потенціалі M.

На рисунку зображено дві криві (див. також підпис до нього), що показують вигляд асимптотики (20), якщо в $v(k)$ взято тільки притягування (крива 2), або з додаванням відштовхування (крива 1). Крива 2 показує, поведінку імпульсного розподілу, коли нуклон-нуклонна взаємодія є

повністю притягувальною. Крива I узгоджується з імпульсним розподілом при вищих імпульсах (відповідає малим відстаням) і залежить лише від відштовхування у відповідному потенціалі. Отже, при врахуванні притягування та відштовхування має місце перехід між двома режимами (асимптотами). Така зміна режиму в імпульсних розподілах є експериментальним фактом [13] і вказує на наявність короткосяжного відштовхування в ядерній взаємодії.

Висновки

У роботі з високою точністю виконано розрахунок структурних функцій для чотиринуклонного ядра ${}^4\text{He}$. Вивчено основні властивості розподілів густини та парних кореляційних функцій

даного ядра. Запропоновано асимптотику хвильової функції чотиринуклонної системи в наближенні ρ -збуджень, а також асимптотики розподілів густини та парних кореляційних функцій на великих відстанях. Одержано задовільне узгодження асимптотик з відповідними розрахованими структурними функціями. Проведено розрахунки зарядових формфакторів та імпульсних розподілів протонів для ядра ${}^4\text{He}$. Виконано їхнє порівняння з експериментальними даними. Розглянуто асимптотики імпульсних розподілів при великих імпульсах нуклонів.

Автор вдячний проф. І. В. Силену за постановку задачі, участь в обговоренні результатів та слушні зауваження.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гринюк Б.Є., П'ятницький Д.В., Силеню І.В. Структурні особливості ядра ${}^4\text{He}$ у мікроскопічному підході // УФЖ. - 2007. - Т. 52. - С. 424 - 435.
2. П'ятницький Д.В., Силеню І.В. Ядерні потенціали взаємодії для сумісного опису малонуклонних систем і структурні функції тринуклонних ядер // УФЖ. - 2008. - Т. 53. - С. 629 - 639.
3. П'ятницький Д.В., Силеню І.В. Кореляційні функції, імпульсні розподіли та коефіцієнти кластеризації для тринуклонних ядер // Ядерна фізика та енергетика. - 2009. - Т. 10, № 1. - С. 36 - 44.
4. П'ятницький Д.В., Силеню І.В. Асимптотики розподілів густини, імпульсних розподілів та формфакторів тринуклонних ядер // Там же. - 2010. - Т. 11, № 1. - С. 16 - 24.
5. Siimenog I.V., Dotsenko I.S., Grinyuk B.E. Advantages of a representation without use of the isospin formalism, and precise study of few-nucleon systems // Ukr. Fiz. Zh. - 2002. - Vol. 47. - P. 129 - 137.
6. Varga K., Suzuki Y. Stochastic variational approach to quantum mechanical few-body problems. - Berlin - Heidelberg: Springer-Verlag, 1998. - 310 p.
7. McCarthy J.S., Sick I., Whitney R.R. Electromagnetic structure of the helium isotopes // Phys. Rev. C. - 1977. - Vol. 15, No. 4 - P. 1396 - 1414.
8. Меркурьев С.П. Об асимптотическом виде трехчастичных волновых функций дискретного спектра // ЯФ. - 1974. - Т. 19. - С. 447 - 461.
9. Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. - М: Наука, 1985. - 398 с.
10. Филиппов Г.Ф., Овчаренко В.И., Смирнов Ю.Ф. Микроскопическая теория коллективных возбуждений атомных ядер. - К: Наук. думка, 1981. - 368 с.
11. Федорюк М.В. Асимптотика: Интегралы и ряды. - М: Наука, 1987. - 544 с.
12. Frosch R.F., McCarthy J.S., Rand R.E., Yearian M.R. Structure of the ${}^4\text{He}$ nucleus from elastic electron scattering // Phys. Rev. - 1967. - Vol. 160. - P. 874 - 879.
13. Ciofi degli Atti C., Simula S. Realistic model of the nucleon spectral function in few- and many-nucleon systems // Phys. Rev. C. - 1996. - Vol. 53. - P. 1689 - 1710.
14. Amado R.D., Woloshyn R.M. Momentum distributions in the nucleus // Phys. Lett. - 1976. - Vol. 62B, No. 3. - P. 253 - 255.

Д. В. П'ятницький

СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ ЯДРА ${}^4\text{He}$ И ИХ АСИМПТОТИКИ

Получены распределения плотности, парные корреляционные функции, импульсные распределения и формфакторы ядра ${}^4\text{He}$. Изучено асимптотическое поведение распределений плотности и корреляционных функций на больших расстояниях. Выполнено сравнение зарядовых формфакторов и импульсных распределений, рассчитанных для разных потенциалов взаимодействия между нуклонами, с экспериментальными данными. На примере асимптотики импульсного распределения протонов в ядре ${}^4\text{He}$ показано, что для больших импульсов асимптотика определяется отталкиванием на малых расстояниях в потенциалах взаимодействия.

Ключевые слова: четырехнуклонное ядро ${}^4\text{He}$, распределение плотности, формфактор, импульсное распределение, асимптотика.

D. V. Piatnytskyi

THE STRUCTURE FUNCTIONS OF ^4He NUCLEUS AND THEIR ASYMPTOTICS

Density distributions, pair correlation functions, momentum distributions and form factors of ^4He nucleus are calculated. Long distance asymptotic behavior of density distributions and pair correlation functions is studied. Comparison with experimental data is carried out for charge form factors and momentum distributions, which calculated for different potentials of nucleon-nucleon interaction. On the example of proton momentum distribution in ^4He it is shown that for large momenta asymptotic behavior is determined by short-range repulsion in potential of nuclear interaction.

Keywords: four-nucleon nucleus ^4He , density distribution, form factor, momentum distribution, asymptotics.

Надійшла до редакції 29.08.11,
після доопрацювання - 14.11.11.