УДК 530.145

# = ЯДЕРНА ФІЗИКА =

#### В. О. Нестеров

Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ

# ІЗОТОПІЧНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ПОТЕНЦІАЛУ ВЗАЄМОДІЇ ТА ПЕРЕРІЗІВ ЗЛИТТЯ

Розраховано перерізи злиття ізотопів <sup>58</sup>Ni, <sup>64</sup>Ni та різних ізотопів олова на основі потенціалу взаємодії, обрахованого в рамках напівмікроскопічного підходу. При обчисленні перерізів злиття з урахуванням зв'язку із станами 2<sup>+</sup> та 3<sup>-</sup> в ядрах, що взаємодіють, отримано хороший збіг із наявними експериментальними даними. Виявлено відповідність ізотопічної залежності нуклонних густин ядер, потенціалів взаємодії та перерізів злиття.

Ключові слова: ядро, ядерно-ядерний потенціал, ізотопічна залежність, переріз злиття.

## Вступ

Для розрахунку різних характеристик ядерних реакцій необхідно знати потенційну енергію взаємодії між ними. Тому величина і радіальна залежність потенціалу взаємодії ядер на малих відстанях між ними є принципово важливими для опису перерізів реакцій у будь-якій моделі. Для його обчислення на даний час розроблено достатньо велику кількість різноманітних підходів [1 - 9]. Зазвичай при розрахунку перерізів злиття використовуються феноменологічні ядерні потенціали, параметри яких підганяються за відомими експериментальними даними. Натомість, ми обраховуємо потенціал напівмікроскопічним чином, у рамках підходу густини енергії та модифікованого методу Томаса - Фермі (ММТФ) [10, 11]. Аналітичний варіаційний метод для розрахунку нуклонних густин у наближенні досить різкого краю ядра в рамках ММТФ був розвинутий у роботах [10 - 14]. Явні аналітичні вирази для густин нуклонів у наближенні малої товщини дифузного шару порівняно з радіусом кривини ядерної ефективної поверхні були отримані в [15 - 17]. Метою даної роботи є дослідження зв'язку між розподілами нуклонних густин ядер, що взаємодіють, з потенціалами ядерно-ядерної взаємодії, перерізами злиття та виявлення їхньої ізотопічної залежності.

### Розрахунок потенціалу взаємодії

Потенційну енергію взаємодії двох ядер V(R)на відстані R між ними можемо визначити як різницю енергій зв'язку системи двох ядер на скінченій  $E_{12}(R)$  і на нескінченій  $E_1 + E_2$  відстанях між ними [10 - 14]:

$$V(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2), \qquad (1)$$

$$E_{1} = \int \varepsilon \left[ \rho_{1p}(\vec{r}), \ \rho_{1n}(\vec{r}) \right] d\vec{r},$$
$$E_{2} = \int \varepsilon \left[ \rho_{2p}(\vec{r}), \ \rho_{2n}(\vec{r}) \right] d\vec{r}.$$
(2)

Відповідні енергії зв'язку  $E_1$  та  $E_2$  можна легко знайти, знаючи розподіл нуклонних густин в ядрах та використовуючи відомий вираз для функціонала густини енергії [10 - 15]. Енергія  $E_{12}$ визначається таким чином [10 - 14]:

$$E_{12} = \int \varepsilon \left[ \rho_{1p}(\vec{r}) + \rho_{2p}(\vec{r}, R), \ \rho_{1n}(\vec{r}) + \rho_{2n}(\vec{r}, R) \right] d\vec{r} .$$
(3)

Ядерно-ядерний потенціал на кінцевих відстанях між поверхнями ядер обумовлений взаємодією нуклонів в області перетину розподілів густин нуклонів. Тому урахування градієнтних доданків у густинах кінетичної та потенційної енергій є важливим для більш точного обчислення значень потенціалу. Ми враховуємо градієнтні доданки до членів другого порядку по  $\hbar^2$ .

Для того щоб записати ці формули у явному вигляді, необхідно задати вираз для густини енергії, який із використанням залежних від густини сил Скірма можна представити у вигляді  $\varepsilon = \tau + \varepsilon_{pot}$  [10 - 14], де через  $\tau$  ми позначили густину кінетичної енергії, а  $\varepsilon_{pot}$  – потенційної. Густина кінетичної енергії з точністю до членів другого порядку по  $\hbar$  має вигляд  $\tau = \tau_{TF} + \tau_2$ , де, у свою чергу,  $\tau = \tau_p + \tau_n$  – сума густин кінетичних енергій протонів і нейтронів. Тут

$$\mathfrak{r}_{TF,q} = k \rho_q^{5/3} \tag{4}$$

є густиною кінетичної енергії нуклонів у наближенні Томаса - Фермі (q приймає значення n або p відповідно),  $k = \frac{5}{3} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}}$ , а  $\tau_2$  – вираз для градієнтної поправки другого порядку по  $\hbar$  [10, 11]:

$$\tau_{2q} = b_1 \frac{(\nabla \rho_q)^2}{\rho_q} + b_2 \nabla^2 \rho_q \,. \tag{5}$$

Окрім того, градієнтні поправки входять і до густини потенційної енергії, а саме до тієї частини, що пов'язана із спін-орбітальною взаємодією [10, 11]:

© В. О. Нестеров, 2014

$$\varepsilon_{pot}^{SO} = b_3 \frac{(\nabla f_q \nabla \rho_q)}{f_q} + b_4 \rho_q \frac{\nabla^2 f_q}{f_q} + b_5 \rho_q \left(\frac{\nabla f_q}{f_q}\right)^2 + b_6 h_m^2 \rho_q \left(\frac{\vec{W}_q}{f_q}\right)^2.$$
(6)

В останніх двох формулах  $b_1 = 1/36$ ,  $b_2 = 1/3$ ,  $b_3 = 1/6$ ,  $b_4 = 1/6$ ,  $b_5 = -1/12$  та  $b_6 = 1/2$  — числові коефіцієнти,  $h_m = \hbar^2/2m$ . Та-кож введено позначення

$$\bar{W}_{q} = \frac{\delta \varepsilon(r)}{\delta \bar{J}_{q}(r)} = \frac{W_{0}}{2} \nabla(\rho + \rho_{q}),$$

тут величина  $f_q$  виражається через параметри сил Скірма:

$$f_{q} = 1 + \frac{2m}{\hbar^{2}} \left[ \frac{1}{4} \left[ t_{1} \left( 1 + \frac{1}{2} x_{1} \right) + t_{2} \left( 1 + \frac{1}{2} x_{2} \right) \right] \rho + \frac{1}{4} \left[ t_{2} \left( x_{2} + \frac{1}{2} \right) - t_{1} \left( x_{1} + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_{q} \right]$$

де  $W_0$  є константою спін-орбітальної взаємодії і залежить від вибору параметризації потенційних сил Скірма, q приймає значення n або p відповідно,  $\rho = \rho_n + \rho_p$ . Внесок доданка класичного методу Томаса - Фермі є домінантним, особливо в об'ємі ядра, але на поверхні ядра градієнтні поправки починають відігравати суттєву роль, особливо для потенційної енергії [13 - 17].

Густина потенційної енергії при використанні сил Скірма є добре відомою [8, 10 - 14].

Ядерні частини отриманих потенціалів у подальшому апроксимувалися в околі бар'єра за допомогою відомого потенціалу Вудса - Саксона, параметри якого будуть нам потрібні для розрахунку перерізів злиття за допомогою програми ССFULL [19]. Програма ССFULL працює саме з потенціалами у формі потенціалу Вудса - Саксона, вона враховує зв'язок із станами 2<sup>+</sup> та 3<sup>-</sup> в ядрах, що взаємодіють.

## Отримані результати

Нормальні протонні та нейтронні густини було одержано в рамках підходу Хартрі - Фока -Боголюбова [20, 21] із силами Скірма. На рис. 1 наведено приклад застосованих нами густин для ізотопів нікелю. Саме цей підхід було обрано тому, що одержані в його рамках густини добре описують експериментальні дані у поверхневому шарі та в області перетину нуклонних густин, що є особливо важливими для опису злиття ядер.

На рис. 2 показано густини різних ізотопів олова. З рисунків видно, що по мірі зростання кількості нейтронів збільшується протяжність нейтронної густини. Це, у свою чергу, призводить до появи нейтронної шуби, що збільшує потенціал взаємодії, особливо у при поверхневому шарі та в області хвостів розподілу.

На основі одержаних розподілів нуклонних густин в рамках підходу густини енергії та модифікованого методу Томаса - Фермі з використанням сил Скірма, залежних від густини, було побудовано потенціали ядерно-ядерної взаємодії.

На рис. З наведено результати розрахунку ядерної частини потенціалів взаємодії <sup>64</sup>Ni з різними ізотопами олова. З рисунка видно, що по мірі зростання масового числа ізотопу олова потенційна яма захоплення становиться глибше та ширше, а висота бар'єра зменшується (рис. 4). Зменшення висоти бар'єра пояснюється тим, що по мірі зростання масового числа розподіли нуклонних стають більш протяжними (див. рис. 1 і 2), тому сильнішою стає ядерна взаємодія на великих відстанях.



Рис. 1. Нормальні нейтронні та протонні розподіли густини, одержані для ядер <sup>64</sup>Ni та <sup>58</sup>Ni в рамках методу Хартрі - Фока - Боголюбова. Для порівняння наводяться експериментальні розподіли зарядової густини [22].



Рис. 2. Нормальні нейтронні та протонні розподіли густини, одержані для ізотопів олова з різними масовими числами в рамках методу Хартрі - Фока - Боголюбова. Для порівняння наводяться експериментальні розподіли зарядової густини [22].



Рис. 3. Ядерна частина потенціалів взаємодії ядра <sup>64</sup>Ni та ізотопів олова з різними масовими числами.

Ядерні частини отриманих потенціалів апроксимувалися в околі бар'єра за допомогою потенціалу Вудса - Саксона, приклад такої апроксимації наведено на рис. 5. На рисунку також приблизно позначено точки дотику ядер  $R_t$  та положення бар'єра  $R_b$ . Як бачимо, ядерна частина потенціалу взаємодії дуже добре апроксимується потенціалом Вудса - Саксона на відстанях більших або порядку точки дотику. Саме на цій ділянці величина потенціалу визначає переріз підбар'єрного злиття. Значення потенціалу в середині ядра не справляє на переріз злиття суттєвого впливу.



Рис. 4. Зміна положення вершини потенційного бар'єра та дна ями захоплення при взаємодії ядра <sup>58</sup>Ni та ізотопів олова з різними масовими числами А.



Рис. 5. Приклад апроксимації ядерної частини потенціалу взаємодії як функції від відстані між центрами мас ядер за допомогою потенціалу Вудса - Саксона для реакції <sup>64</sup>Ni + <sup>124</sup>Sn.

Параметри отриманого потенціалу Вудса -Саксона в подальшому використовувалися для розрахунку перерізів злиття за допомогою відомої програми CCFULL. У розрахунках ми враховували зв'язок із станами 2<sup>+</sup> та 3<sup>-</sup> в ядрах, що взаємодіють, експериментальні дані по цих станах було взято з робіт [23 - 26]. На рис. 6 наведено перерізи злиття, одержані для ядра <sup>58</sup>Ni та різних ізотопів олова, що демонструють цілком розумну поведінку. Одержані в рамках запропонованого методу результати добре збігаються з наявними експериментальними [27, 28] (рис. 7).

## Висновки

У роботі було розраховано перерізи злиття атомних ядер на основі потенціалу взаємодії, обрахованого в рамках напівмікроскопічного під-



Рис. 6. Перерізи злиття, одержані для ядра <sup>58</sup>Ni та різних ізотопів олова, в залежності від кінетичної енергії Е та масового числа ізотопів А.

ходу. Обчислення перерізів злиття виконувалось за допомогою програми CCFULL, при цьому враховувався зв'язок із станами 2<sup>+</sup> та 3<sup>-</sup> в ядрах, що взаємодіють. Одержані в рамках запропонованого методу результати добре збігаються з наявними експериментальними даними.

Обчислені в роботі перерізи злиття демонструють яскраво виражену ізотопічну залежність – по

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. *Bass R*. Nuclear reactions with heavy ions. Berlin: Springer-Verlag, 1980. 410 p.
- 2. *Satchler G.R.* Direct nuclear reactions. Oxford: Clarendon Press, 1983. 833 p.
- 3. *Frobrich P., Lipperheide R.* Theory of nuclear reactions. Oxford: Clarendon Press, 1996. 467 p.
- Blocki J., Randrup J., Swiatecki W. J. et al. Proximity forces // Ann. Phys. - 1977. - Vol. 105, No. 2. - P. 427 - 462.
- Myers W.D., Swiatecki W.J. Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei // Phys. Rev. -2000. - Vol. C62. - P. 044610.
- Krappe H.J., Nix J.R., Sierk A.J. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations // Phys. Rev. - 1979. - Vol. C20. - P. 992 - 998.
- 7. Winther A. Dissipation, polarization and fluctuation in



Рис. 7. Перерізи злиття, одержані для ядер  $^{64}$ Ni та  $^{132}$ Sn.

мірі росту масового числа ізотопу олова протяжність нейтронних густин збільшується, це призводить до зростання величини ядерної взаємодії на більших відстанях від центра ядра. У свою чергу, зростання ядерної взаємодії повинне зменшувати величину потенційного бар'єра, а це призводить до збільшення перерізів злиття, що й спостерігається на прикладі отриманих результатів.

grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime // Nucl. Phys. - 1995. - Vol. A594, No. 2. - P. 203 - 245.

- Denisov V.Yu. Interaction potential between heavy ions // Phys. Lett. - 2002. - Vol. B526, No. 3 - 4. -P. 315 - 321.
- Rudchik A.T., Kanishchev V.Yu., Rudchik A.A. et al. Elastic and inelastic scattering of <sup>12</sup>C ions by <sup>7</sup>Li at 115 MeV // Nucl. Phys. At. Energy. - 2013. - Vol. 14, No. 1. - P. 25 - 32.
- Brack M., Guet C., Hakanson H.-B. Selfconsistent semiclassical description of average nuclear properties

   a link between microscopic and macroscopic models
   Phys. Rep. -1985. - Vol. 123, No. 5. - P. 275 - 364.
- 11. Brack M., Bhaduri R.K. Semiclassical physics. Addison Wesley Publ. Co, 1997. 484 p.
- 12. Денисов В.Ю., Нестеров В.А. Энергии связи и рас-

пределения плотности атомных ядер в рамках нелокального модифицированного метода Томаса -Ферми // ЯФ. - 2002. - Т. 65, № 5. - С. 814 - 823.

- 13. Денисов В.Ю., Нестеров В.А. Потенциал взаимодействия ядер и распределение плотности нуклонов в ядрах // ЯФ. - 2006. - Т. 69, № 9. - С. 1507 - 1519.
- 14. Денисов В.Ю., Плюйко В.А. Проблемы физики атомного ядра и ядерных реакций. - К.: ВПЦ «Київський університет», 2013. - 432 с.
- 15. Струтинский В.М., Тяпин А.С. Модель жидкой капли как приближение статистической теории // ЖЭТФ. - 1963. - Т. 45, № 3. - С. 960 - 965.
- Strutinsky V.M., Magner A.G., Denisov V.Yu. Density distributions in nuclei // Z. Phys. - 1985. - Vol. 322, No. 1. - P. 149 - 156.
- Blocki J.P., Magner A.G., Ring P. Vlasenko A.A. Nuclear asymmetry energy and isovector stiffness within the effective surface approximation // Phys. Rev. -2013. - Vol. C87. - P. 044304.
- 18. Magner A.G., Sanzhur A.I., Gzhebinsky A.M. Asymmetry and Spin-Orbit Effects in Binding Energy in the Effective Nuclear Surface Approximation // Int. J. Mod. Phys. 2009. Vol. E18. P. 885 891.
- Hagino K., Rowley N., Kruppa A.T. A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions // Comp. Phys. Comm. - 1999. - Vol. 123, No. 1 - 3. - P. 143 - 152.
- 20. Negele J.W. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics // Rev. Mod. Phys. - 1982. -Vol. 54. - P. 913 - 1015.

- Dobaczewski J., Flocard H., Treiner J. Hartree-Fock-Bogolyubov description of nuclei near the neutrondrip line // Nucl. Phys. - 1984. - Vol. A422, No. 1. -P. 103 - 139.
- 22. De Vries H., De Jager C.W., De Vries C. Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering // At. Data Nucl. Data Tabl. 1987.
   Vol. 36, No. 3. P. 495 536.
- 23. Raman S., Nestor C.W., Tikkanen P. Transition probability from the ground state to the first excited 2<sup>+</sup> state of even-even nuclides // At. Data. Nucl. Data Tabl. 2001. Vol. 78. P. 1 128.
- 24. *Kibedi T., Spear R.H.* Reduced electric-octupole transition probabilities,  $B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-) An$  update // At. Data. Nucl. Data Tabl. 2002. Vol. 80. P. 35 82.
- 25. Bhattacharyya P., Daly P.J., Zhang C.T. et al. Magic Nucleus <sup>132</sup>Sn and Its One-Neutron-Hole Neighbor <sup>131</sup>Sn // Phys. Rev. Lett. - 2001. - Vol. 87. - P. 062502.
- 26. Tsunoda Y., Otsuka T., Shimizu N. et al. Study of nuclei around Z = 28 by large-scale shell model calculations // J. of Phys.: Conf. Ser. 2013. Vol. 445. P. 012028.
- 27. *Liang J.F., I.D. Shapira, Gross C.J. et al.* Enhanced Fusion-Evaporation Cross Sections in Neutron-Rich <sup>132</sup>Sn on <sup>64</sup>Ni // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol 91, No. 15. P. 152701-1.
- 28. Liang J.F., Shapira I.D., Gross C.J. et al Fusion of radioactive <sup>132</sup>Sn with <sup>64</sup>Ni at sub-barrier energies // Phys. Rev. - 2008. - Vol. C78. - P. 047601-1.

## В. А. Нестеров

## Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

# ИЗОТОПИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И СЕЧЕНИЯ СЛИЯНИЯ

Рассчитаны сечения слияния изотопов <sup>58</sup>Ni, <sup>64</sup>Ni и различных изотопов олова на основе потенциала взаимодействия, полученного в рамках полумикроскопического подхода. При вычислении сечений слияния с учетом связи с состояниями  $2^+$  и  $3^-$  во взаимодействующих ядрах получено хорошее согласие с имеющимися экспериментальными данными. Выявлено соответствие изотопической зависимости нуклонных плотностей, потенциалов взаимодействия и сечений слияния.

Ключевые слова: ядро, ядерно-ядерный потенциал, изотопическая зависимость, сечение слияния.

## V. O. Nesterov

Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

# ISOTOPIC DEPENDENCE IN NUCLEAR-NUCLEAR INTERACTION POTENTIAL AND FUSION CROSS-SECTION

Fusion cross sections and interaction potentials for  ${}^{58}$ Ni,  ${}^{64}$ Ni and different tin isotopes were obtained within the semi microscopic framework. The coupling to  $2^+$  and  $3^-$  states in the interacting nuclei has been taken into account in the fusion cross sections calculation. Good agreement with experimental data and isotopic dependences of nucleon densities, interaction potentials and fusion cross-sections were founded.

Keywords: nuclear, nuclear-nuclear interaction potential, isotopic dependence, fusion cross section.

## REFERENCES

- 1. Bass R. Nuclear reactions with heavy ions. Berlin: Springer-Verlag, 1980. 410 p.
- Clarendon Press, 1983. 833 p.
- 3. *Frobrich P., Lipperheide R.* Theory of nuclear reactions. Oxford: Clarendon Press, 1996. 467 p.
- 2. Satchler G.R. Direct nuclear reactions. Oxford:

- Blocki J., Randrup J., Swiatecki W. J. et al. Proximity forces // Ann. Phys. - 1977. - Vol. 105, No. 2. - P. 427 - 462.
- Myers W.D., Swiatecki W.J. // Phys. Rev. 2000. -Vol. C62. - P. 044610.
- Krappe H.J., Nix J.R., Sierk A.J. // Phys. Rev. 1979.
   Vol. C20. P. 992 998.
- Winther A. // Nucl. Phys. 1995. Vol. A594, No. 2. -P. 203 - 245.
- 8. *Denisov V.Yu. //* Phys. Lett. 2002. Vol. B526, No. 3 - 4. - P. 315 - 321.
- Rudchik A.T., Kanishchev V.Yu., Rudchik A.A. et al. // Nucl. Phys. At. Energy. - 2013. - Vol. 14, No. 1. -P. 25 - 32.
- Brack M., Guet C., Hakanson H.-B. // Phys. Rep. -1985. - Vol. 123, No. 5. - P. 275 - 364.
- 11. Brack M., Bhaduri R.K. Semiclassical physics. -Addison Wesley Publ. Co, 1997. - 484 p.
- 12. Denisov V.Yu., Nesterov V.A. // YaF. 2002. Vol. 65, No. 5. - P. 814 - 823. (Rus)
- Denisov V.Yu., Nesterov V.A. // YaF. 2006. Vol. 69, No. 9. - P. 1507 - 1519. (Rus)
- Denisov V.Yu., Plyujko V.A. Problems of nuclear physics and nuclear reactions. - K.: VPTs "Kyivskyj universytet", 2013. - 432 p. (Rus)
- 15. Strutinskij V.M., Tyapin A.S. // ZhETF. 1963. -Vol. 45, No. 3. - P. 960 - 965. (Rus)

- 16. Strutinsky V.M., Magner A.G., Denisov V.Yu. // Z. Phys. - 1985. - Vol. 322, No. 1. - P. 149 - 156.
  - 17. Blocki J.P., Magner A.G., Ring P. Vlasenko A.A. // Phys. Rev. - 2013. - Vol. C87. - P. 044304.
  - 18. Magner A.G., Sanzhur A.I., Gzhebinsky A.M. // Int. J. Mod. Phys. - 2009. - Vol. E18. - P. 885 - 891.
  - 19. *Hagino K., Rowley N., Kruppa A.T.* // Comp. Phys. Comm. 1999. Vol. 123, No. 1 3. P. 143 152.
- 20. Negele J.W. // Rev. Mod. Phys. 1982. Vol. 54. -P. 913 - 1015.
- 21. Dobaczewski J., Flocard H., Treiner J. // Nucl. Phys. -1984. - Vol. A422, No. 1. - P. 103 - 139.
- 22. De Vries H., De Jager C.W., De Vries C. // At. Data Nucl. Data Tabl. - 1987. - Vol. 36, No. 3. - P. 495 - 536.
- 23. *Raman S., Nestor C.W., Tikkanen P. //* At. Data. Nucl. Data Tabl. 2001. Vol. 78. P. 1 128.
- 24. *Kibedi T., Spear R.H.* // At. Data. Nucl. Data Tabl. 2002. Vol. 80. P. 35 82.
- 25. Bhattacharyya P., Daly P.J., Zhang C.T. et al. // Phys. Rev. Lett. - 2001. - Vol. 87. - P. 062502.
- 26. *Tsunoda Y., Otsuka T., Shimizu N. et al.* // J. of Phys.: Conf. Ser. - 2013. - Vol. 445. - P. 012028.
- 27. Liang J.F., I.D. Shapira, Gross C.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol 91, No. 15. P. 152701-1.
- 28. Liang J.F., Shapira I.D., Gross C.J. et al. // Phys. Rev. 2008. Vol. C78. P. 047601-1.

Надійшла 12.12.2013 Received 12.12.2013