

В. Ю. Денисов, Т. О. Маргітч

Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ

БАР'ЄРИ В ЕНЕРГІЇ ВЗАЄМОДІЇ ДЕФОРМОВАНИХ ЯДЕР

Досліджено енергію взаємодії двох ядер з урахуванням їхньої деформації. При визначенні енергії враховувалися кулонівська та ядерна енергії їхньої взаємодії та енергія деформації кожного ядра. Показано, що бар'єр, пов'язаний з енергією взаємодії двох ядер, залежить від їхньої деформації і визначено значення цих деформацій для найменшого бар'єра. Знайдено, що системи з більш важчими ядрами мають більшу деформацію для найнижчого бар'єра. Різниця між бар'єром для сферичних ядер та найнижчим бар'єром для деформованих ядер зростає з ростом маси та заряду взаємодіючих ядер.

Ключові слова: взаємодія ядер, кулонівська енергія взаємодії ядер, бар'єри ядер, енергія деформації, висота бар'єра, сферичні ядра, деформовані ядра.

Вступ

Значення висоти бар'єра ядра є важливе для проходження та аналізу реакції підбар'єрного злиття, синтезу надважких елементів та різноманітних навколобар'єрних реакцій [1 - 11]. Висота бар'єра ядро-ядерного потенціалу залежить від деформації ядер та їхньої взаємної орієнтації [1 - 12].

Мета роботи полягала у визначенні мінімальної висоти бар'єра енергії взаємодії двох ядер, які могли би деформуватися. Для цього було обчислено енергію взаємодії двох сферичних ядер з їхньою подальшою деформацією для систем з однаковими та різними ядрами.

Розрахунок енергії взаємодії ядер

Для обчислення найменшої висоти бар'єра при зіттовхуванні двох ядер необхідно врахувати їхню можливу деформацію. Повна потенціальна енергія взаємодії ядер визначається як сума кулонівського, ядерного та відцентрового потенціалів, а також енергії деформації кожного ядра:

$$\begin{aligned} V_{full}(R, \Theta_1, \Theta_2, \varphi, \beta_{12}, \beta_{22}) = \\ = V_{coul}(R, \Theta_1, \Theta_2, \varphi, \beta_{12}, \beta_{22}) + \\ + V_{nucl}(R, \Theta_1, \Theta_2, \varphi, \beta_{12}, \beta_{22}) + \\ + V_{rot}(R) + V_{def}(\beta_{12}, \beta_{22}), \end{aligned} \quad (1)$$

де R – відстань між центрами мас ядер; $\Theta_1, \Theta_2, \varphi$ – кути Ейлера, що задають взаємну орієнтацію

ядер; β_{i2} – параметри квадрупольної деформації ядра $i, i = 1, 2$.

Кулонівський потенціал взаємодії двох ядер залежить від кутів, що задають взаємну орієнтацію ядер у просторі та параметрів квадрупольної деформації ядер, і має такий вигляд [1, 2, 5, 12]:

$$\begin{aligned} V_{coul}(R, \Theta_1, \Theta_2, \varphi, \beta_{12}, \beta_{22}) = \\ + f_2(R, \Theta_1, R_{i0})\beta_{12}^2 + f_2(R, \Theta_2, R_{20})\beta_{22}^2 + \\ + f_2(R, \Theta_1, R_{i0})\beta_{12}^2 + f_2(R, \Theta_2, R_{20})\beta_{22}^2 + \\ + f_3(R, \Theta_1, R_{i0}, \Theta_2, R_{20})\beta_{12}\beta_{22} + \\ + f_4(R, \Theta_1, R_{i0}, \varphi, \Theta_2, R_{20})\beta_{12}\beta_{22}, \end{aligned} \quad (2)$$

де Z_1 та Z_2 – кількість протонів у відповідному ядрі,

$$f_1(R, \Theta_i, R_{i0}) = \frac{3R_{i0}^2}{5R^2} Y_{20}(\Theta_i), \quad (3)$$

$$f_2(R, \Theta_i, R_{i0}) = \frac{6\sqrt{5}R_{i0}^2}{35\sqrt{\pi}R^2} Y_{20}(\Theta_i) + \frac{3R_{i0}^4}{7\sqrt{\pi}R^4} Y_{40}(\Theta_i), \quad (4)$$

$$f_3(R, \Theta_1, R_{i0}, \Theta_2, R_{20}) = \frac{27R_{i0}^2 R_{20}^2}{80\pi R^4} +$$

$$+ [17\cos^2(\Theta_1)\cos^2(\Theta_2) - 5\cos^2(\Theta_1) - 5\cos^2(\Theta_2) + 1], \quad (5)$$

$$f_4(R, \Theta_1, R_{i0}, \varphi, \Theta_2, R_{20}) = \frac{27R_{i0}^2 R_{20}^2}{40\pi R^4} [\cos^2(\varphi)\sin^2(\Theta_1)\sin^2(\Theta_2) - 2\cos(\varphi)\sin(2\Theta_1)\sin(2\Theta_2)] \quad (6)$$

– функції, що описують залежність від орієнтації кутів; $Y_{l0}(\Theta_i)$ – сферичні гармоніки [13]; R_{i0} – радіус i -го ядра. Цей вираз враховує всі лінійні та

квадратичні члени по параметру квадрупольної деформації кожного з ядер.

© В. Ю. Денисов, Т. О. Маргітч, 2014

Ядерна частина енергії взаємодії ядер отримана в наближенні теореми proximity і пов'язана з потенціалом взаємодії сферичних ядер $V(R)$ [14]:

$$V_{nuc}(R, \Theta_1, \Theta_2, \varphi, \beta_{12}, \beta_{22}) = \frac{C_{10} + C_{20}}{C_{def}} V(R). \quad (7)$$

Тут $C_{def} = [(C_1^{\parallel} + C_2^{\parallel})(C_1^{\perp} + C_2^{\perp})]^{1/2}$ – узагаль-

нена кривизна; $C_{i0} = 1/R_{i0}$ – кривизна i -го сферичного ядра, а $V(R)$ – ядерна частина потенціалу взаємодії сферичних ядер, у якого відстань між поверхнями ядер d така, як і в деформованих, а відстань між центрами мас взаємодіючих сферичних ядер рівна $R = R_1 + R_2 + d$. Ядерну частину взаємодії сферичних ядер візьмемо з роботи [14]:

$$V(R) = -1,989843CF(R - R_{12} - 2,65)[1 + 0,003525139(A_1/A_2 + A_2/A_1)^{3/2} - 0,4113263(I_1 + I_2)]. \quad (8)$$

Тут $s = R - R_{12} - 2,65$ Фм, $C = R_1 R_2 / R_{12}$, $R_{12} = R_1 + R_2$,

$$R_i = R_{ip}(1 - 3,413817/R_{ip}^2) + 1,284589(I_i - 0,4A_i/(A_i + 200)), \quad (9)$$

і функція $F(s)$ для $s \geq 0$, апроксимована експоненційною залежністю, коли ядра знаходяться на більшій відстані рівна:

$$F(s) = \left\{ 1 - s^2 \left[0,0541026C \times \exp\left(-\frac{s}{1,760580}\right) - 0,5395420(I_1 + I_2) \times \exp\left(-\frac{s}{2,424408}\right) \right] \right\} \times \exp\left(\frac{-s}{0,7881663}\right), \quad (10)$$

а для малих відстаней між ядрами функція F параметризується поліномом $-5,65 \leq s \leq 0$:

$$F(s) = 1 - \frac{s}{0,7881663} + 1,229218s^2 - 0,2234277s^3 - 0,1038769s^4 - C(0,1844935s^2 + 0,07570101s^3) + (I_1 + I_2)(0,04470645s^2 + 0,03346870s^3). \quad (11)$$

Радіус протонної поверхні R_{ip} у виразі (9) визначається як

$$R_{ip} = 1,24A_i^{1/3}(1 + 1,646/A_i - 0,191I_i), \quad (12)$$

де A_i та N_i – кількість нуклонів та нейтронів у кожному ядрі, а $I_i = (N_i - Z_i)/A_i$. За допомогою цього потенціалу добре описано емпіричні бар'єри між сферичними ядрами [1].

Узагальнена кривизна C_{def} у виразі (7) пов'язана з кривизнами C_i^{\parallel} , C_i^{\perp} поверхонь i -го ядра у найближчих їхніх точках і має вигляд

$$C_1^{\parallel} = k_1 + k_1', \quad C_1^{\perp} = k_1 - k_1', \quad (13)$$

$$C_2^{\parallel} = k_2 + k_2' \cos(2\varphi), \quad C_2^{\perp} = k_2 - k_2' \cos(2\varphi), \quad (14)$$

Кривизни залежать від деформаційних параметрів та кутів, що задають положення ядер у просторі:

$$k_i(R_{i0}, \beta_{i2}, \eta') \approx$$

$$\approx C_{i0} \left[1 + 2\beta_{i2} Y_{20}(\eta') - 5\beta_{i2}^2 (Y_{20}(\eta'))^2 + \frac{\beta_{i2}^2}{4\pi} \right], \quad (15)$$

$$k_i'(R_{i0}, \beta_{i2}, \eta') \approx -C_{i0} \frac{3}{8\pi} \sin^2(\eta') \left[2\sqrt{5}\pi\beta_{20} + 5\beta_{20}^2 - 30\cos^2(\eta')\beta_{20}^2 + 15\sqrt{\pi}\beta_{40}(7\cos^2(\eta') - 1) \right], \quad (16)$$

де η' – кут у власній системі координат, що задає точку на поверхні ядра, що розташована найближче до поверхні іншого ядра.

У моделі рідкої краплини у випадку аксіальної квадрупольної деформації ядер енергія, що пов'язана з деформацією, ядер рівна [15]

$$V_{def}(\beta_{12}, \beta_{22}) = \frac{1}{2}(\chi_1(\beta_{12})^2 + \chi_2(\beta_{22})^2), \quad (17)$$

де χ_i – коефіцієнт жорсткості поверхні при її деформації. Цей коефіцієнт залежить від коефіцієнта поверхневого натягу σ та кулонівської енергії і для випадку квадрупольної деформації має вигляд [15]

$$\chi_i = 4R_0^2 \sigma - \frac{3}{10\pi} \frac{Z^2 e^2}{R_0}. \quad (18)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу σ пов'язаний з коефіцієнтами a_s, k_s, r_0^2 масової формули [15]

$$a_s(1 - k_s I^2) = 4\pi\sigma r_0^2. \quad (19)$$

Якщо система обертається, то до повної енергії додається енергія обертання, що має вигляд [16]

$$V_{rot}(R) = \frac{\hbar^2}{2M_n(A_1 A_2 / (A_1 + A_2))} \times \frac{l(l+1)}{R^2}, \quad (20)$$

де l – орбітальний кутовий момент; M_n – маса нуклонів.

Обговорення результатів

Ядра, витягнуті вздовж осі, що з'єднує їхні центри мас (рис. 1), мають мінімальну висоту бар'єра [1, 2, 5, 12]. Тому обчислення потенціалу проводилися для такої орієнтації ядер, при цьому орієнтаційні кути Ейлера рівні: $\Theta_1 = \Theta_2 = \varphi = 0$. Більше того, при $\Theta_1 = \Theta_2 = 0$ і кулонівський (2), і ядерний (7) внески в енергію взаємодії ядер не залежать від φ .

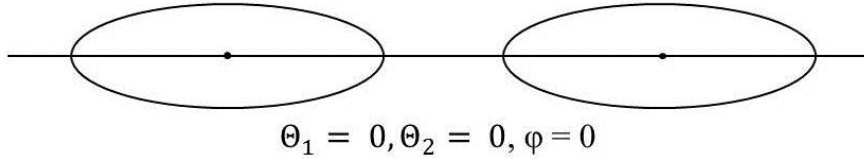


Рис. 1. Орієнтація ядер у просторі, що відповідає мінімальній висоті бар'єра.

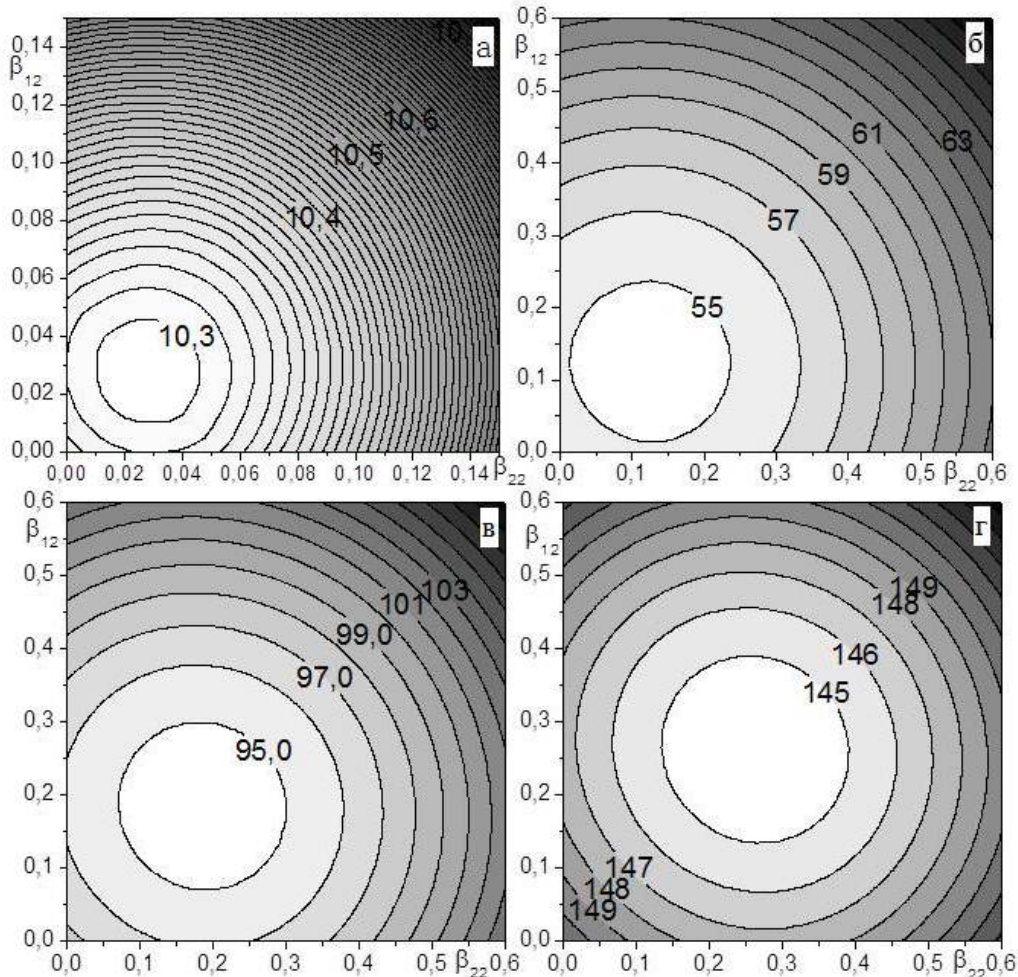


Рис. 2. Залежність висоти бар'єра від деформацій ядер для симетричних систем: а - $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$; б - $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$; в - $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$; г - $^{86}\text{Kr} + ^{86}\text{Kr}$.

Висоти бар'єрів (в MeV) позначені на контурних картах.

Повна енергія розраховувалася для симетричних систем $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$, $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$, $^{86}\text{Kr} + ^{86}\text{Kr}$ та для несиметричної системи

$^{94}\text{Kr} + ^{156}\text{Ba}$. На рис. 2 наведено залежність висоти бар'єра для систем однакових ядер від величини квадрупольної деформації кожного з ядер.

З ростом деформації ядра величина бар'єра зменшується при малих деформаціях, а потім швидко зростає при великих. Мінімальна висота бар'єра для симетричних систем з ядер $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$, $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$, $^{86}\text{Kr} + ^{86}\text{Kr}$ спостерігається

при значеннях деформації $\beta_{12} = \beta_{22} = 0,03, 0,122, 0,18, 0,27$ відповідно. Величини деформацій ядер та мінімальні значення бар'єра ростуть зі збільшенням величини кількості протонів та зі збільшенням маси ядер.

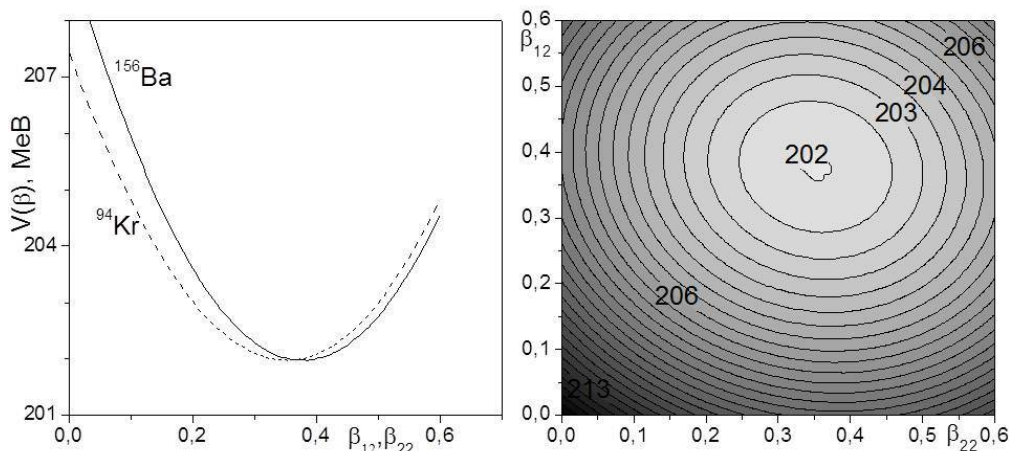


Рис. 3. Залежність енергії взаємодії від деформації ядра ^{156}Ba (^{94}Kr) суцільна (пунктирна) крива, при цьому деформація ядра ^{94}Kr (^{156}Ba) відповідає мінімальному значенню бар'єра (зліва). Залежність висоти бар'єра від деформацій ядер для несиметричних систем $^{94}\text{Kr} + ^{156}\text{Ba}$ (справа). Висоти бар'єрів (в MeV) позначені на контурних картах.

У випадку несиметричної системи мінімальне значення бар'єра між різними ядрами досягається при різних деформаціях ^{94}Kr ($\beta = 0,32$) і ^{156}Ba ($\beta = 0,4$) (рис. 3). Також на цьому рисунку наведено залежність енергії взаємодії деформації одного з ядер при деформації іншого ядра, що відповідає мінімальному значенню бар'єра. Відзначимо, що енергія деформації швидко зростає з відхиленням деформації від значення деформації, що відповідає мінімальному значенню бар'єра.

Енергія взаємодії ядер залежить від кутового моменту l , див. формулу (1). Тому на рис. 4 для симетричної системи з ядер $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ представлено залежність бар'єра від деформації ядер, що обраховується для кутових моментів $l = 0, 20, 40$. Порівнюючи рисунки, бачимо, що висоти бар'єрів ростуть із ростом величини l . Величина мінімального бар'єра рівна 54,2 MeV при $l = 0$ і має місце при $\beta = 0,13$. При $l = 20$ величина мінімального бар'єра дорівнює 58,9 MeV при більшому значенні деформації $\beta = 0,16$. При $l = 40$ мінімальне значення бар'єра ядра рівне 71,3 MeV при ще більшому значенні деформації $\beta = 0,25$. З цього випливає, що при l , відмінному від нуля, мінімальне значення висоти бар'єра та величина деформації при цьому значенні бар'єра суттєво зростають. Мінімальні висоти бар'єрів для сферичних ядер для $l = 0, 20, 40$ рівні 55,6, 60,5 та

75,7 MeV відповідно. Порівнюючи ці висоти з мінімальними висотами бар'єрів для деформованих ядер, відзначимо, що величини бар'єрів для деформованих ядер при $l = 0, 20, 40$ є помітно меншими, ніж для сферичних.

Висновки

1. Отримано значення енергії взаємодії ядер залежно від мас, зарядів, деформацій та кутового моменту взаємодіючих ядер. Показано, що мінімальна висота бар'єра спостерігається для деформованих ядер та знайдено значення цих деформацій.

2. Різниця між бар'єрами сферичних ядер та найнижчим бар'єром для деформованих ядер зростає з ростом маси та заряду взаємодіючих ядер.

3. Знайдено, що при обертанні ядер величина деформацій, пов'язаних із мінімальним значенням бар'єра, суттєво зростає з ростом кутового моменту.

З вищенаведеного випливає, що для реакцій, що проводяться при енергіях зіткнень, близьких до бар'єра, необхідно враховувати деформації обох ядер.

Автори вдячні І. М. Вишневському за корисні зауваження та обговорення.

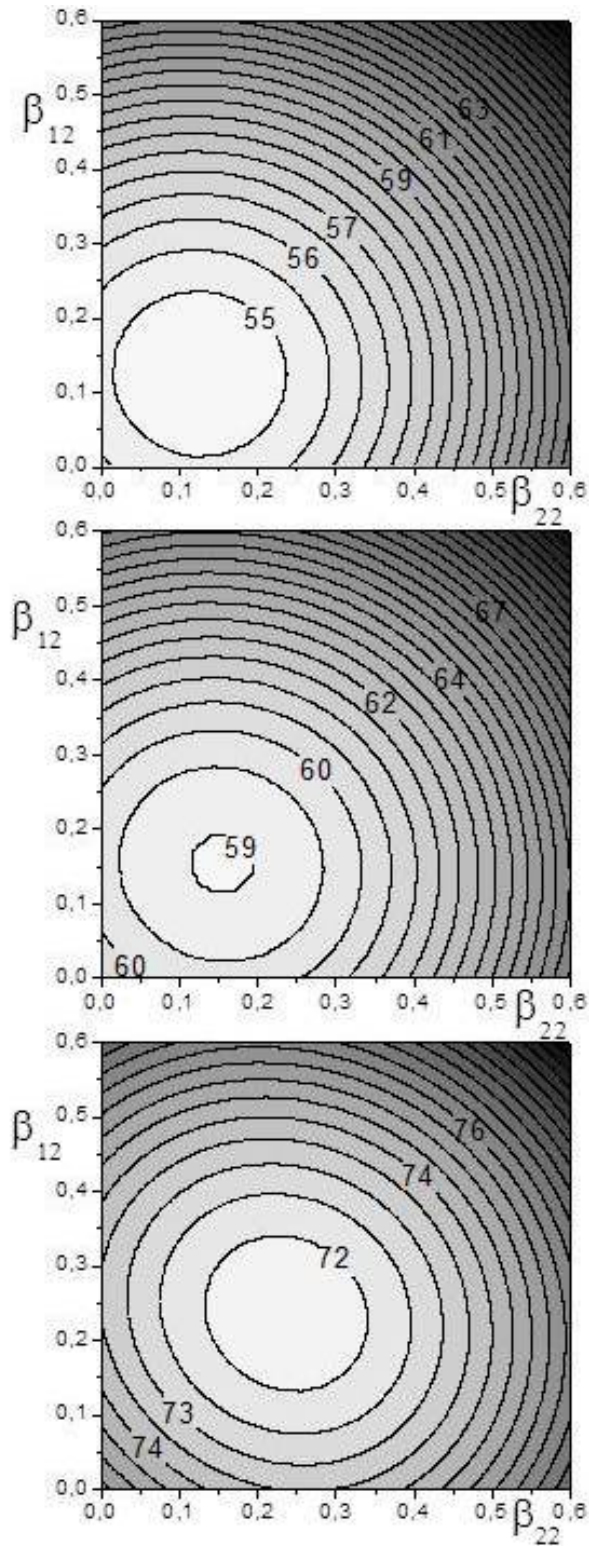


Рис. 4. Залежність величини бар'єра від деформації ядер $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ для кутових моментів $l = 0$ (зверху); $l = 20$ (посередині); $l = 40$ (знизу). Висоти бар'єрів (в МеВ) позначені на контурних картах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Denisov V.Yu., Pilipenko N.A. Interaction of two deformed, arbitrarily oriented nuclei // Phys. Rev. C. - 2007. - Vol. 76 - P. 014602.
2. Hofmann H., Munzenberg G. The discovery of the heaviest elements // Rev. Mod. Phys. - 2000. - Vol. 72. - P. 733 - 767; Armbruster P. // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. - 2000. - Vol. 50 - P. 411 - 479.
3. Денисов В.Ю., Плюйко В.А. Проблемы физики атомного ядра и ядерных реакций. - К.: Издательско-полиграфический центр «Киевский университет», 2013. - 430 с.
4. Denisov V.Yu., Ikezoe H. α -nucleus potential for

- α -decay and sub-barrier fusion // Phys. Rev. C. - 2005. - Vol. 72. - P. 064613.
5. Денисов В.Ю., Пилипенко Н.А. Взаимодействие и слияние деформированных ядер // Ядерная физика. - 2010. - Т. 73, № 7. - С. 1191 - 1202.
 6. Dasgupta M., Hinde D.J., Rowley N., Stefanini A.M. Measuring barriers to fusion // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. - 1998. - Vol. 48. - P. 401 - 61.
 7. Hagino K., Takigawa N. Subbarrier fusion reactions and Many-Particle quantum tunneling // Progress of theoretical physics. - 2012. - Vol. 128. - P. 1061 - 1106.
 8. Bass R. Nuclear reactions with heavy ions. - Berlin: Springer, 1980.
 9. Feshbach H., Kerman A., Koonin S. The statistical theory of multi-step compound and direct reactions // Ann. Phys. (NY). - 1980. - Vol. 125. - P. 429 - 476.
 10. Feshbach H., Porter C.E., Weisskopf V.F. Model for Nuclear Reactions with Neutrons // Phys. Rev. - 1954. - Vol. 96. - P. 448 - 464.
 11. Feshbach H. Theoretical nuclear physics: nuclear reactions. - New York: Wiley, 1992.
 12. Денисов В.Ю., Пилипенко М.О. Взаємодія двох аксіально-симетричних ядер // Укр. фіз. журн. - 2008. - Т. 53, № 9. - С. 846 - 852.
 13. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. - М.: Наука, 1975. - 439 с.
 14. Denisov V.Yu. Interaction potential between heavy ions // Phys. Lett. B. - 2002. - Vol. 526. - P. 315 - 321.
 15. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра Т. 2. - М.: Мир, 1977. - 663 с.
 16. Moller P., Nix J.R., Myers W.D., Swiatecki W.J. Nuclear ground-state masses and deformations // Atomic data and nuclear data tables. - 1995. - Vol. 59, No. 2. - P. 185 - 381.

В. Ю. Денисов, Т. О. Маргитыч

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

БАРЬЕРЫ В ЭНЕРГИИ ВЗАМОДЕЙСТВИЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

Исследована энергия взаимодействия двух ядер с учетом их деформации. При расчете энергии учитывалась кулоновская и ядерная энергии их взаимодействия и энергия деформации каждого из ядер. Показано, что барьер, связанный с энергией взаимодействия двух ядер, зависит от их деформаций и для наименьшего барьера определены величины этих деформаций. Найдено, что системы с более тяжелыми ядрами имеют большую деформацию наименьшего барьера. Разница между барьером для сферических ядер и наименьшим барьером для деформированных ядер возрастает с ростом массы и заряда взаимодействующих ядер.

Ключевые слова: взаимодействие ядер, кулоновская энергия взаимодействия ядер, барьеры ядер, энергия деформации, высота барьера, сферические ядра, деформированные ядра.

V. Yu. Denisov, T. O. Margitych

Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

BARRIERS IN THE ENERGY OF DEFORMED NUCLEI

Interaction energy between two nuclei considering to their deformations is studied. Coulomb and nuclear interaction energies, as well as the deformation energies of both nuclei, are taken into account at evaluation of the interaction energy. It is shown that the barrier related to the interaction energy of two nuclei depends on the deformations and the height of the minimal barrier is evaluated. It is obtained that the heavier nucleus-nucleus systems have large deformation values at the lowest barrier. The difference between the barrier between spherical nuclei and the lowest barrier between deformed nuclei increases with the mass and the charge of the interacting nuclei.

Keywords: nuclei interaction, the Coulomb interaction energy of nuclei, nuclei barriers, deformation energy, the barrier height, spherical nuclei, deformed nuclei.

REFERENCES

1. Denisov V.Yu., Pilipenko N.A. Interaction of two deformed, arbitrarily oriented nuclei // Phys. Rev. C. - 2007. - Vol. 76 - P. 014602.
2. Hofmann H., Munzenberg G. The discovery of the heaviest elements // Rev. Mod. Phys. - 2000. - Vol. 72. - P. 733 - 767; Armbruster P. // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. - 2000. - Vol. 50 - P. 411 - 479.
3. Denisov V.Yu., Plujko V.A. Problems of nuclear physics and nuclear reactions. - Kyiv: Izdatel'sko-poligraficheskij tsentr «Kievskij universitet», 2013. - 430 p. (Rus)
4. Denisov V. Yu., Ikezoe H. α -nucleus potential for α -decay and sub-barrier fusion // Phys. Rev. C. - 2005. - Vol. 72. - P. 064613.
5. Denisov V.Yu., Pilipenko N.A. // Yadernaya fizika. - 2010. - Vol. 73, No. 7. - P. 1191 - 1202. (Rus)
6. Dasgupta M., Hinde D.J., Rowley N., Stefanini A.M. Measuring barriers to fusion // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. - 1998. - Vol. 48. - P. 401 - 61.
7. Hagino K., Takigawa N. Subbarrier fusion reactions and Many-Particle quantum tunneling // Progress of theoretical physics. - 2012. - Vol. 128. - P. 1061 - 1106.

8. *Bass R.* Nuclear reactions with heavy ions. - Berlin: Springer, 1980.
9. *Feshbach H., Kerman A., Koonin S.* The statistical theory of multi-step compound and direct reactions // *Ann. Phys. (NY)*, 1980. - Vol. 125. - P. 429 - 476.
10. *Feshbach H., Porter C.E., Weisskopf V.F.* Model for Nuclear Reactions with Neutrons // *Phys. Rev.* - 1954. - Vol. 96. - P. 448 - 464.
11. *Feshbach H.* Theoretical nuclear physics: nuclear reactions. - New York: Wiley, 1992.
12. *Denisov V.Yu., Pilipenko N.A.* // *Ukr. fiz. zhurn.* - 2008. - Vol. 53, No. 9. - P. 846 - 852. (Ukr)
13. *Varshalovich D.A., Moskalev A.N., Khersonskij V.K.* Quantum theory of angular momentum. - M.: Nauka, 1975. - 439 p. (Rus)
14. *Denisov V.Yu.* Interaction potential between heavy ions // *Phys. Lett. B.* - 2002. - Vol. 526. - P. 315 - 321.
15. *Bor O., Mottel'son B.* The structure of the atomic nucleus. - M.: Mir, 1977. - 663 p. (Rus)
16. *Moller P., Nix J.R., Myers W.D., Swiatecki W.J.* Nuclear ground-state masses and deformations // *Atomic data and nuclear data tables.* - 1995. - Vol. 59, No. 2. - P. 185 - 381.

Надійшла 27.05.2014
Received 27.05.2014