

В. В. Давидовский, А. Д. Фурса

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

**ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ ПРОТОНОВ
В ДИФРАКЦИОННОМ РАСЩЕПЛЕНИИ ДЕЙТРОНОВ
ЯДРАМИ ^{12}C И ^{40}Ca ПРИ СРЕДНИХ ЭНЕРГИЯХ**

В дифракционном приближении, обобщенном на случай неупругих процессов, сопровождающихся передачей продольного импульса, исследована реакция расщепления дейтрона при рассеянии на ядрах с учетом кулоновского и ядерного взаимодействий при средних энергиях. Выведены формулы для расчета энергетических спектров образующихся протонов вплоть до второго порядка по отношению радиуса дейтрона к радиусу ядра. В расчетах использовались три типа модельных волновых функций дейтрона: юкавская, экспонента и гауссова. Функции пр-пары в континууме строились ортогональными состоянию дейтрона. Это позволяет качественно учесть взаимодействие в конечном состоянии и избежать ложных вкладов в сечение при близких к нулю передаваемых импульсах. Проведено сравнение с экспериментом по расщеплению дейтронов с энергией 56 МэВ на углероде и кальции с регистрацией вылетающих нейтронов и протонов под нулевыми углами. Показано, что вклад кулоновского механизма доминирует в сечении. Наилучшее описание спектров протонов достигается при использовании юкавской формы волновой функции дейтрона. Показано также, что учет продольной составляющей передаваемого импульса нуклонам дейтрона улучшает согласие с экспериментальными данными. В случае же вылета нуклонов под ненулевыми углами эффект от учета этой составляющей может достигать нескольких сотен процентов.

Ключевые слова: дифракционное приближение, реакция расщепления дейтрона, механизмы реакции.

Введение

Исследование реакции расщепления дейтрона на протон и нейтрон атомными ядрами в широком диапазоне энергий дает ценную информацию о механизме протекания реакции, деталях структуры дейтрона и о природе взаимодействия сложных частиц с ядрами. Еще в ранних работах было убедительно показано, что для количественного описания различных характеристик процесса расщепления дейтрона, таких как дифференциальные энергетические спектры образующихся частиц при фиксированных углах вылета продуктов расщепления или их интегральные по энергетическому спектру частиц сечения угловых корреляций, необходим одновременный учет как кулоновского, так и ядерного взаимодействий.

На протяжении многих лет теоретические исследования реакции (d, np) развивались двумя путями. При сравнительно небольших энергиях налетающих дейтронов ($E_d \sim 8 - 20$ МэВ) использовались различные модификации метода искаженных волн [1 - 3]. Применение этих методов приводит к довольно сложным численным расчетам, при проведении которых приходится, как правило, вводить ряд дополнительных упрощений, например таких, как приближение нулевого радиуса дейтрона, что в случае легких и средних ядер-мишеней совершенно не оправдано.

В случае же более высоких энергий, когда длина волны относительного движения сталкивающихся частиц мала по сравнению с характер-

ными размерами области взаимодействия, широко использовалась дифракционная модель [4 - 6].

Несмотря на то, что для выполнения условий дифракционного приближения налетающие дейтроны должны обладать энергией, превышающей высоту кулоновского барьера ядра, учет кулоновского взаимодействия оказывается существенным для правильного описания наблюдаемых характеристик процесса расщепления [7, 8].

Дифракционная теория взаимодействия сложных частиц с ядрами, используемая в цитированных выше работах, предполагает, что каждый нуклон, входящий в состав дейтрона, рассеиваясь на силовом центре, приводит к сдвигу фаз, связанному только с передачей поперечного импульса. Такое предположение справедливо только при упругом рассеянии дейтронов на малые углы. В случае неупругого процесса, каким является процесс расщепления, нуклону дейтрона может быть передан как поперечный, так и значительный продольный импульс. Указанный эффект не учитывается в рамках стандартной дифракционной теории многократного рассеяния (ДТМР) и не может быть описан функцией профиля, отвечающей упругому рассеянию. Но такой учет можно произвести по аналогии с простым обобщением ДТМР [9, 10], как и в случае реакции выбивания $^3\text{He}(p, 2p)d$ при $E_p = 156$ МэВ [11]. В данной реакции выбиваемому протону передается большой продольный импульс, учет которого приводит к достаточно ощутимым

© В. В. Давидовский, А. Д. Фурса, 2016

эффектам при описании угловых корреляций и без которого невозможно количественное описание реакции. Главной целью настоящей работы является рассмотрение процесса расщепления дейтронов атомными ядрами в дифракционном приближении с учетом продольной и поперечной составляющих передаваемого импульса и исследование вкладов кулоновского и ядерного механизмов расщепления при средних энергиях налетающих дейтронов. Предварительные результаты для ядра углерода были опубликованы в материалах международной конференции [14].

В дальнейшем мы планируем провести расчеты и сравнение с экспериментом двойных дифференциальных сечений угловой корреляции продуктов реакции.

В работе [12], экспериментальные данные из которой используются в настоящей работе, авторы попытались описать полученные данные в рамках метода искаженных волн используя *prior*- и *post*-формализм DWBA теории. К сожалению, в отличие от данной работы они не смогли количественно описать данные по энергетическим и угловым корреляционным спектрам, а только качественно, поскольку в искаженных волнах не учитывали ядерного взаимодействия, а лишь кулоновское. Это главный недостаток указанной

работы. Кроме того, *prior*- и *post*-формулы для T -матрицы перехода, которые в формальной теории ядерных реакций являются абсолютно тождественными, у авторов в силу сделанных ими приближений численно дают сильно отличающиеся значения.

Общий формализм

В дифракционном приближении амплитуда расщепления дейтрона имеет вид

$$F_{fi}(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \frac{ik_d}{2\pi} \int d^2B \exp(i\mathbf{Q}_\perp \mathbf{B}) \int d^3r \Psi_f^*(\mathbf{r}) \Omega(\mathbf{B}, \mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где k_d – импульс дейтрона в лабораторной системе координат; \mathbf{Q} – переданный ядру импульс; \mathbf{p} – импульс относительного движения нуклонов, освобождающихся в результате реакции; \mathbf{B} – плоский вектор, модуль которого определяет прицельный параметр центра тяжести дейтрона. Полные волновые функции начального и конечного состояний системы двух нуклонов определяются выражениями

$$\Psi_i = \varphi_0(\mathbf{r}) \chi_{S=1, M}(1, 2) \zeta_{T=0}(1, 2), \quad (2)$$

$$\Psi_f = a \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \varphi_p(\mathbf{r}) \chi_{1/2 m_1}(1) \chi_{1/2 m_2}(2) \zeta_{1/2, 1/2}(1) \zeta_{1/2, -1/2}(2) \}. \quad (3)$$

Здесь $\varphi_0(\mathbf{r})$ и $\varphi_p(\mathbf{r})$ – пространственные волновые функции системы двух нуклонов, первая из которых описывает связанное состояние дейтрона, а вторая – пр-пару в непрерывном спектре; $\chi_{1/2 m_j}$ и $\zeta_{1/2 \mu_j}$ – спиновые и изотопические спиновые функции нуклонов соответственно; a – оператор антисимметризации нуклонов.

Как следует из [11], полный оператор профиля $\Omega(\mathbf{B}, \mathbf{r})$, входящий в формулу (1), с учетом продольной составляющей передаваемого импульса от ядра нуклонам связан с операторами профиля для отдельных нуклонов дейтрона выражением

$$\Omega = \Omega_1 \exp(-iQ_z z_1) + \Omega_2 \exp(-iQ_z z_2) - \frac{1}{2} \Omega_1 \Omega_2 [\exp(-iQ_z z_1) + \exp(-iQ_z z_2)], \quad (4)$$

где шляпки над буквами означают, что данные величины являются матрицами в изотопическом спиновом пространстве обоих нуклонов. Знак

минус перед компонентой Q_z означает, что дейтрону передается импульс $-\mathbf{Q}$, поскольку по принятому выше определению в формуле (1) \mathbf{Q} есть импульс, передаваемый ядру.

Таким образом, кинематический механизм рассматриваемого процесса заключается в дифракционном рассеянии центра масс системы «нейтрон - протон», а сам процесс расщепления при взаимодействии с ядром, который изменяет характер относительного движения протона и нейтрона, является неупругим и сопровождается передачей нуклонам продольного импульса.

Учет кулоновского взаимодействия в реакции проводится на основе основного принципа ДТМР – аддитивности фазовых сдвигов для отдельных нуклонов [9, 10]:

$$\Omega_j = 1 - \exp(i\chi_j + i\chi_j^c \pi_j) = \omega_j + \omega_j^c - \omega_j \omega_j^c, \quad (5)$$

где $\pi_j = 1/2(1 + \tau_{jz})$ – проекционный оператор протонного состояния, а χ_j и $\chi_j^c \equiv 2\sigma$ – ядерный и кулоновский сдвиги фаз соответственно.

Пренебрегая спиновой и изотопической спиновой зависимостями функции профиля ω_j , вычисляя соответствующие спиновые матричные

элементы и переходя к координатам Якоби $\mathbf{R} = 1/2(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, получим пространственную функцию профиля в виде

$$\Omega(\mathbf{B}, \mathbf{r}) = C_{1/2m_1 1/2m_2}^{1M} \{ [1 - e^{2i\sigma(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2})}] e^{-\frac{iQ_z z}{2}} + i [1 - e^{2i\sigma(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2})}] \omega(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{b}}{2}) \sin(\frac{Q_z z}{2}) + e^{2i\sigma(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2})} [\omega(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2}) e^{-\frac{iQ_z z}{2}} + \omega(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{b}}{2}) e^{\frac{iQ_z z}{2}} - \omega(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2}) \omega(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{b}}{2}) \cos(\frac{Q_z z}{2})] \}. \quad (6)$$

В дальнейшем коэффициент векторного сложения будет опускаться, поскольку при усреднении квадрата модуля амплитуды по начальному спиновому состоянию дейтрона и суммированию по конечным спиновым состояниям протона и нейтрона он дает единицу.

Удобно переписать формулу (6) в виде суммы

кулоновской и ядерно-кулоновской функций профиля:

$$\Omega(\mathbf{B}, \mathbf{r}) = \Omega_c(\mathbf{B}, \mathbf{r}) + \Omega_{Nc}(\mathbf{B}, \mathbf{r}), \quad (7)$$

$$\Omega_c(\mathbf{B}, \mathbf{r}) = [1 - e^{2i\sigma(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2})}] e^{-\frac{iQ_z z}{2}}, \quad (8)$$

$$\Omega_{Nc}(\mathbf{B}, \mathbf{r}) = e^{2i\sigma(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2})} [\omega(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2}) e^{-\frac{iQ_z z}{2}} + \omega(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{b}}{2}) \cos(\frac{Q_z z}{2}) - \omega(\mathbf{B} + \frac{\mathbf{b}}{2}) \omega(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{b}}{2}) \cos(\frac{Q_z z}{2})] + i\omega(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{b}}{2}) \sin(\frac{Q_z z}{2}). \quad (9)$$

Окончательно амплитуду (1) реакции (d, np) получим в виде суперпозиции двух слагаемых, ответственных за кулоновское и ядерно-кулоновское расщепления:

$$F(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \frac{ik_d}{2\pi} \int d^2 B \exp(i\mathbf{Q}_\perp \mathbf{B}) \int d^3 r \varphi_p^*(\mathbf{r}) \Omega(\mathbf{B}, \mathbf{r}) \varphi_0(\mathbf{r}) = F_c + F_{Nc}. \quad (10)$$

В качестве волновых функций системы «нейтрон - протон» выбирались модельные волновые функции в виде гауссиана, удовлетворяющие условию ортогональности. Это позволяет качественно учесть взаимодействие в конечном состоянии np-пары и избежать ложных вкладов в сечение реакции при близких к нулю передаваемых импульсах \mathbf{Q} в выражении (12):

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = N \exp(-\alpha r^2), \quad N = \left(\frac{2\alpha}{\pi}\right)^{3/4},$$

$$\varphi_p(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) - f(p) \exp(-\alpha r^2),$$

$$f(p) = \sqrt{8} \exp\left(-\frac{p^2}{4\alpha}\right). \quad (11)$$

Амплитуда кулоновского расщепления

Осуществляя простую замену переменной двумерного интегрирования в формуле (10), находим с помощью формулы (8)

$$F_c(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \frac{ik_d}{2\pi} \int d^2 B e^{i\mathbf{Q}_\perp \mathbf{B}} (1 - e^{2i\sigma(B)}) \int d^3 r \varphi_p^*(\mathbf{r}) e^{-\frac{iQr}{2}} \varphi_0(\mathbf{r}). \quad (12)$$

Первый интеграл в формуле (12) можно рассматривать как амплитуду упругого рассеяния точечной заряженной частицы в кулоновском поле ядра. В дальнейшем эта амплитуда представляется в виде произведения амплитуды упругого рассеяния протона с импульсом $k_d/2$ на точечном центре в приближении Борна

$$f_c(Q, \frac{k_d}{2}) = -\frac{nk_d}{Q^2} \exp[2i(\sigma_0 - n \ln \frac{Q}{k_d})],$$

$$n = \frac{Ze^2 m}{k_p}, \quad k_p = \frac{k_d}{2} \quad (13)$$

(где σ_0 – кулоновская фаза рассеяния для волны $l=0$, а Q – полный передаваемый импульс) и зарядового форм-фактора, учитывающего конечные размеры ядра:

$$F(Q) = \frac{4\pi}{Q} \int_0^\infty dr r \rho(r) \sin Qr, \quad F(0) = 1. \quad (14)$$

Выбирая плотность распределения заряда в ядре в виде

$$\rho(r) = \rho_0 [1 + e^{(r-R)/a}]^{-1}, \quad \rho_0 = \left[\frac{4}{3} \pi R^3 \left(1 + \frac{\pi^2 a^2}{R^2}\right)\right]^{-1}, \quad (15)$$

где R и a – зарядовый радиус и диффузность ядра соответственно, получим следующее выражение зарядового форм-фактора:

$$F(Q) = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 a^2}{R^2}} \frac{2\pi a Q \exp(-\pi a Q)}{1 - \exp(-2\pi a Q)} \frac{3}{(QR)^2} \times \left\{ \frac{\sin QR}{QR} \pi a Q \left[1 + \frac{2 \exp(-2\pi a Q)}{1 - \exp(-2\pi a Q)} \right] - \cos QR \right\}. \quad (16)$$

Второй интеграл в формуле (12) учитывает тот факт, что положение заряда в дейтроне не совпадает с его центром масс, а смещено от него на половину расстояния между нуклонами в дейтроне и после вычисления приводит к выражению

$$G(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{Q^2 + 8p^2}{32\alpha}\right) \times \left[\exp\left(-\frac{Q^2 + 8\mathbf{Q}\mathbf{p}}{32\alpha}\right) - 1 \right]. \quad (17)$$

В результате амплитуда кулоновского расщепления приобретает вид

$$F_c(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = 2f_c(Q, \frac{k_d}{2}) F(Q) G(\mathbf{Q}, \mathbf{p}). \quad (18)$$

Отметим, что поскольку реакция развала дейтрона имеет порог (минимальное значение $Q_{z, \min} = 2M\varepsilon / k_d$), амплитуда кулоновского расщепления не имеет сингулярности.

Приведем также дополнительные выражения для фактора асимметрии заряда в дейтроне для других форм модельных волновых функций дейтрона в основном состоянии и в континууме, которые используются далее в численных расчетах и сравнении последних с экспериментальными данными.

Экспоненциальная функция:

$$\varphi_0(r) = N \exp(-\alpha r), N = \left(\frac{\alpha^3}{\pi} \right)^{1/2}, \quad (19)$$

$$\varphi_p(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) - f(p) \exp(-\alpha r), f(p) = \frac{8\alpha^4}{(\alpha^2 + p^2)^2},$$

$$G(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \frac{8\pi N \alpha}{[\alpha^2 + (\mathbf{p} + \mathbf{Q}/2)^2]^2} - f(p) \frac{\pi N \alpha}{[\alpha^2 + (Q/4)^2]^2}.$$

Юкавская функция:

$$\varphi_0(r) = N \exp(-\alpha r) / r, N = \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^{1/2}, \quad (20)$$

$$\varphi_p(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) - f(p) \exp(-\alpha r) / r, f(p) = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + p^2},$$

$$G(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \frac{4\pi N}{\alpha^2 + (\mathbf{p} + \mathbf{Q}/2)^2} - \frac{8\pi N}{Q} f(p) \operatorname{arctg} \frac{Q}{4\alpha}.$$

Хьюльеновская функция:

$$\varphi_0(r) = N[\exp(-\alpha r) - \exp(-\beta r)] / r,$$

$$N = \left[\frac{\alpha\beta(\alpha + \beta)}{2\pi(\beta - \alpha)^2} \right]^{1/2}, \quad (21)$$

$$\varphi_p(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) - f(p)[\exp(-\alpha r) - \exp(-\beta r)] / r,$$

$$f(p) = 4\pi N^2 \frac{\beta^2 - \alpha^2}{(\alpha^2 + p^2)(\beta^2 + p^2)},$$

$$G(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \frac{4\pi N(\beta^2 - \alpha^2)}{[\alpha^2 + (\mathbf{p} + \mathbf{Q}/2)^2][\beta^2 + (\mathbf{p} + \mathbf{Q}/2)^2]} - \frac{8\pi}{Q} N f(p) \left[\operatorname{arctg} \frac{Q}{4\alpha} + \operatorname{arctg} \frac{Q}{4\beta} - 2\operatorname{arctg} \frac{Q}{2(\alpha + \beta)} \right].$$

Амплитуда ядерно-кулоновского расщепления

Амплитуда ядерного расщепления с учетом кулоновского искажения записывается в виде

$$F_{Nc}(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \frac{ik_d}{2\pi} \int d^2 B e^{i\mathbf{Q}_\perp \mathbf{B}} \langle \varphi_p | e^{-\frac{i\mathbf{Q}_\perp \mathbf{b}}{2}} \{ e^{2i\sigma(B)} [\omega(B) e^{-\frac{Q_z z}{2}} + (1 - \omega(B)) \omega(\mathbf{B} - \mathbf{b}) \cos(\frac{Q_z z}{2})] + i\omega(\mathbf{B} - \mathbf{b}) \sin(\frac{Q_z z}{2}) \} | \varphi_0 \rangle. \quad (22)$$

Ее нахождение требует вычисления пятимерных интегралов от осциллирующих функций. Поэтому для упрощения вычисления матричных элементов по дейтронной координате \mathbf{r} разложим профильную функцию $\omega(\mathbf{B} - \mathbf{b})$ в ряд по переменной \mathbf{b} , что справедливо в случае малости радиуса дейтрона по сравнению с радиусом ядра и хорошо выполняется для достаточно тяжелых ядер. Ограничимся разложением вплоть до второго порядка малости

$$\omega(\mathbf{B} - \mathbf{b}) \approx [1 - (\mathbf{b}\nabla) + 1/2(\mathbf{b}\nabla)^2] \omega(B).$$

Действие двумерных градиентов определяется формулами

$$\mathbf{b}\nabla = \left(\frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}}{B} \right) \frac{\partial}{\partial B},$$

$$(\mathbf{b}\nabla)^2 = \left(\frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}}{B} \right)^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial B^2} - \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial B} \right) + \frac{b^2}{B} \frac{\partial}{\partial B}.$$

В дальнейшем все указанные члены разложения в ядерно-кулоновской амплитуде для простоты будут вычисляться с гауссовыми функциями (11). Это позволяет провести расчеты аналитически. Вклады нулевого, первого и второго порядков разложения в амплитуду (22) будем обозна-

чать через $F^{(0)}, F^{(1)}, F^{(2)}$. После интегрирования по переменной \mathbf{r} и азимутальному углу плоского вектора \mathbf{B} амплитуду ядерно-кулоновского расщепления можно представить в виде

$$F_{Nc}(\mathbf{Q}, \mathbf{p}) = \sum_{\lambda=0}^2 F_{Nc}^{(\lambda)}(\mathbf{Q}, \mathbf{p}), \quad (23)$$

$$F_{Nc}^{(0)} = ik_d C \int_0^\infty dB B [(c_1 - 1)e^{2i\sigma}(2 - \omega) + c_2(1 - e^{2i\sigma})] J_0(Q_\perp B) \omega(B), \quad (24)$$

$$F_{Nc}^{(1)} = -\frac{ik_d}{2\alpha} C \int_0^\infty dB B \left\{ \left[c_1(\boldsymbol{\kappa}_\perp \mathbf{Q}_\perp) - \frac{Q_\perp}{4} \right] e^{2i\sigma}(1 - \omega) + c_2(\boldsymbol{\kappa}_\perp \mathbf{Q}_\perp) \right\} J_1(Q_\perp B) \omega'(B), \quad (25)$$

$$F_{Nc}^{(2)} = \frac{ik_d}{4\alpha} C \int_0^\infty dB B \left\{ \left[(c_1 e^{2i\sigma}(1 - \omega) + c_2) \left(1 - \frac{\boldsymbol{\kappa}_\perp^2}{4\alpha} \right) - \frac{1}{2} e^{2i\sigma}(1 - \omega) \left(1 - \frac{Q_\perp^2}{32\alpha} \right) \right] J_0(Q_\perp B) \Delta^{(+)} \omega - \right. \\ \left. - \left[(c_1 e^{2i\sigma}(1 - \omega) + c_2) \frac{\boldsymbol{\kappa}_\perp^2 - 2(\boldsymbol{\kappa}_\perp \mathbf{Q}_\perp)^2}{4\alpha} + e^{2i\sigma}(1 - \omega) \frac{Q_\perp^2}{64\alpha} \right] J_2(Q_\perp B) \Delta^{(-)} \omega \right\}, \quad (26)$$

где $\mathbf{Q} = \mathbf{Q} / Q$ – единичный вектор, $\Delta^{(\pm)} = \frac{d^2}{dB^2} \pm \frac{1}{B} \frac{d}{dB}$ и для сокращения записи введены обозначения $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{p} + \mathbf{Q} / 2$,

$$C = \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)^{3/4} \exp\left(-\frac{Q^2 + 8p^2}{32\alpha} \right), \\ c_1 = \exp\left(-\frac{Q^2 + 8\mathbf{Q}_\perp \mathbf{p}_\perp}{32\alpha} \right) ch\left(\frac{Q_z p_z}{4\alpha} \right), \\ c_2 = \exp\left(-\frac{Q^2 + 8\mathbf{Q}_\perp \mathbf{p}_\perp}{32\alpha} \right) sh\left(\frac{Q_z p_z}{4\alpha} \right),$$

$J_n(x)$ – функция Бесселя, $\omega'(B) = d\omega(B) / dB$. Для нахождения кулоновской фазы $\sigma(B)$ использовались квазиклассическая связь орбитального момента с прицельным параметром $l + 1/2 = k_d B / 2$ и равенство $\sigma_l = \arg \Gamma(1 + l + in)$. Интегрирование в амплитудах проводилось численно с функцией профиля нуклона в форме Ферми с поверхностной мнимой частью

$$\omega(B) = g_1 \left[1 + \exp\left(\frac{B - R_1}{a_1} \right) \right]^{-1} + \\ + ig_2 \frac{d}{dB} \left[1 + \exp\left(\frac{B - R_2}{a_2} \right) \right]^{-1}, \quad (27)$$

где параметры $g_{1,2}, R_{1,2}$ и $a_{1,2}$ характеризуют величины и геометрические размеры компонент профильной функции нуклона.

Заметим, что в работе [6] авторы, рассматривая процесс расщепления дейтронов атомными ядрами, получили аналогичные формулы для сечения развала, но не учитывали эффектов, связанных с передачей продольного импульса нуклонам дейтрона. Эти формулы получаются как частный случай из более общих выражений (23) – (26), если совершить следующее. Положить $Q_z = 0$ во всех амплитудах. Кинематические множители в амплитуде нулевого порядка разложить в ряд по Q_\perp вплоть до членов второго порядка, множители в амплитуде первого порядка разложить в ряд по Q_\perp до членов первого порядка включительно, а в множителях амплитуды второго порядка положить $Q_\perp = 0$.

Сечение расщепления дейтрона

Дифференциальное сечение расщепления дейтрона выражается через амплитуду (10) с помощью соотношения

$$d\sigma = |F(\mathbf{Q}, \mathbf{p})|^2 d\Omega_{\mathbf{K}} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}. \quad (28)$$

Для сравнения теоретических расчетов с измеренными в эксперименте сечениями расщепления дейтрона необходимо записать выражение (28) в лабораторной системе координат. Волновые векторы относительного движения нуклонов в дейтроне \mathbf{p} и центра масс дейтрона с учетом отдачи \mathbf{K} выражаются через волновые векторы вылетающих нейтрона и протона в лабораторной системе так:

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2}(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_n), \quad \mathbf{K} = \mathbf{k}_p + \mathbf{k}_n - \frac{2\mathbf{k}_d}{A}.$$

Используя эти соотношения и законы сохранения импульса и энергии, получим после несложных вычислений

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p d\Omega_n dE_p} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{mk_p k_n^3}{K(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{K})} |F(\mathbf{Q}, \mathbf{p})|^2. \quad (29)$$

Результаты и их обсуждение

Имеющиеся экспериментальные данные по расщеплению дейтронов ядрами [12], когда продукты развала дейтрона, нейтрон и протон вылетают под нулевым углом к импульсу налетающего дейтрона, дают возможность провести детальное сравнение изложенной выше теории с экспериментом. Численные расчеты сечений развала дейтрона выполнены для ядер углерода и кальция при энергии 56 МэВ для всех форм модельных функций дейтрона, приведенных в формулах (19) - (21). Несмотря на то, что такая энергия лежит выше кулоновского барьера, вклад кулоновского развала является определяющим как по величине сечения, так и по форме энергетического спектра вылетающих протонов.

На рис. 1 показано сечение кулоновского расщепления для различных видов волновой функции связанного состояния дейтрона. Параметры этих функций согласовывались со средним квадратом расстояния между нуклонами в дейтроне, даваемым функцией Хюльтена (21) $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 3,838$ Фм. Точками указаны экспериментальные сечения развала из работы [12]. Буквы возле кривых указывают тип волновой функции дейтрона. Расшифровка их приведена на рисунке.

$d^3\sigma/d\Omega_p d\Omega_n dE_p$, мб/ср² МэВ

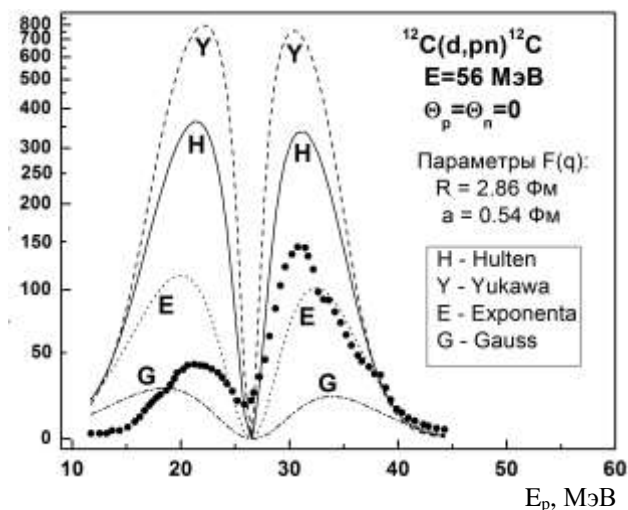


Рис. 1. Сечение кулоновского расщепления дейтрона на углероде для дейтронных функций, согласованных с величиной $\langle r^2 \rangle$ функции Хюльтена.

Из этого рисунка можно сделать следующие выводы.

Во-первых, величина сечения кулоновского развала очень сильно зависит от формы волновой функции. Величины в пиках сечения отличаются в сотни раз. Функции Хюльтена, Юкавы и экспонента дают высокие и узкие пики, тогда как гауссова функция приводит к низким и широким пикам.

Во-вторых, критерий согласования всех функций по одному и тому же значению $\langle r^2 \rangle$ представляется неправильным. Функции оказываются неэквивалентными при вычислении матричного элемента одного и того же оператора (второй интеграл в выражении (12)). Если функции дейтрона различной формы считать эквивалентными, то указанные матричные элементы для них должны быть как можно ближе друг к другу.

Поэтому правильным в данном случае будет требование одинаковости пиковых значений, даваемых какой-то одной из функций, например гауссовой. Параметр α гауссовой дейтронной функции, прежде всего, был подобран так, чтобы описать экспериментальный спектр протонов из реакции на ядре ¹²C наилучшим образом при условии, что параметры профиля нуклонов $g_{1,2}$ являются свободными. На рис. 2 показан пример такого согласования для сечения чисто кулоновского развала по величине главного правого пика энергетического спектра протонов. На рисунке указаны также значения структурных параметров волновых функций дейтрона для юкавской (Y), экспоненциальной (E) и гауссовой (G) форм. Они используются в дальнейших расчетах сечений расщепления дейтрона. Там же приведены значения радиусов R и диффузностей a зарядовых распределений $\rho(r)$ (15) для углерода и кальция.

Функция Хюльтена (21) не рассматривается здесь и в дальнейшем, поскольку из-за слагаемого $e^{-\alpha r}$ (где $\alpha = \sqrt{M\varepsilon}$), которое должно обеспечивать правильную асимптотику, невозможно согласовать ее с другими формами в указанном выше смысле и в результате с ее помощью невозможно описать суммарное сечение расщепления. Оно оказывается сильно завышенным из-за ненормально большого вклада амплитуды кулоновского механизма, показанного на рис. 1. Как видно на рис. 2, самое узкое и наиболее правильное распределение дает функция Юкавы, а самое широкое – функция Гаусса. Экспоненциальная функция занимает промежуточное положение. Эти особенности указанных спектров полностью переносятся и на суммарные энергетические спектры протонов, которые будут показаны ниже.

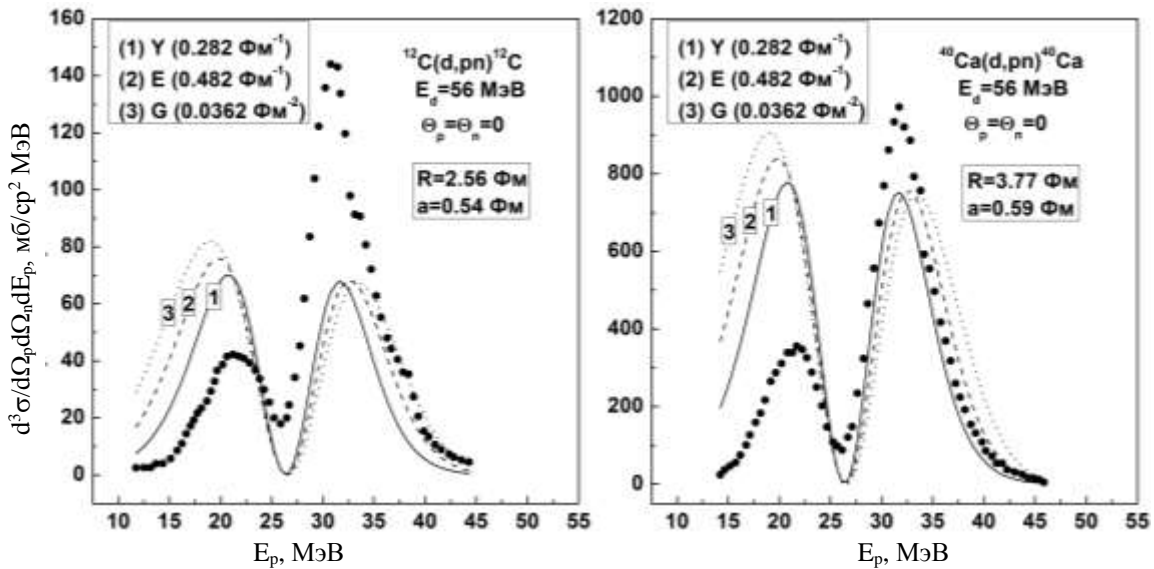


Рис. 2. Сечения кулоновского расщепления дейтрона на углероде и кальции, рассчитанные для различных форм дейтронной волновой функции.

Для нахождения значений геометрических параметров нуклонного профиля (27) для углерода было рассмотрено упругое рассеяние протонов ядрами ^{12}C при энергии 20 МэВ. Как показали расчеты, величины сечения упругого рассеяния невозможно согласовать с экспериментом, если использовать в профильной функции (27) лишь одно слагаемое. Это видно на рис. 3. Каждое слагаемое профиля (объемного (V) или поверхностного (S) типа) дает в сечении глубокий минимум, которого нет в экспериментальном сечении. А с обоими слагаемыми получается хорошее описание эксперимента. Это в основном и служит главным аргументом в пользу выбора профиля (27) в виде суммы двух различных слагаемых.

$d\sigma/d\Omega$, мб/ср

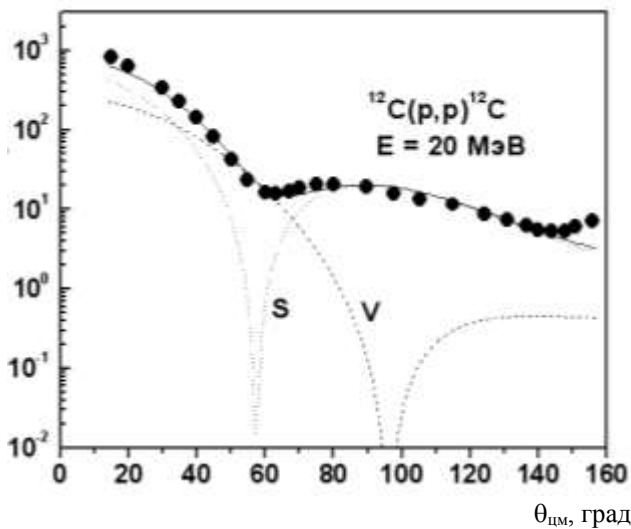


Рис. 3. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов на углероде. Параметры профиля ^{12}C : $R_1 = 2,72$ Фм, $a_1 = 0,53$ Фм, $R_2 = 2,58$ Фм, $a_2 = 0,55$ Фм.

Для кальция геометрические параметры профиля брались по величине такими же, как и у оптического потенциала [13]: $R_1 = 4,124$ Фм, $a_1 = 0,676$ Фм, $R_2 = 4,429$ Фм, $a_2 = 0,535$ Фм.

На рис. 4 и 5 представлены результаты расчетов энергетических спектров протонов для трех форм функций дейтрона в случае нулевого угла вылета продуктов реакции.

Отметим, что при таких энергиях в области главного максимума доминирует кулоновский механизм расщепления, который приводит также к появлению второго максимума сечения с меньшим значением, что отвечает эксперименту [12]. Эффект продольного передаваемого импульса Q_z заметен, действует в нужном направлении, хотя и незначителен, что обусловлено спецификой кинематики эксперимента. В области спектра, когда энергии протона и нейтрона близки друг к другу, кривые для случая $Q_z \neq 0$ (сплошные кривые) и $Q_z = 0$ (штриховые кривые) практически совпадают, т.е. эффект исчезает. Это объясняется особенностями кинематики эксперимента. Нуклоны в этом случае летят вперед с близкими энергиями (как одно целое), а импульс Q , который точно равен Q_z (из-за того, что $Q_{\perp} \equiv 0$), близок к своему пороговому значению, а оно очень мало. На крыльях же спектра, когда энергии нуклонов сильно отличаются, эффект продольного передаваемого импульса Q_z проявляется больше всего и хорошо заметен.

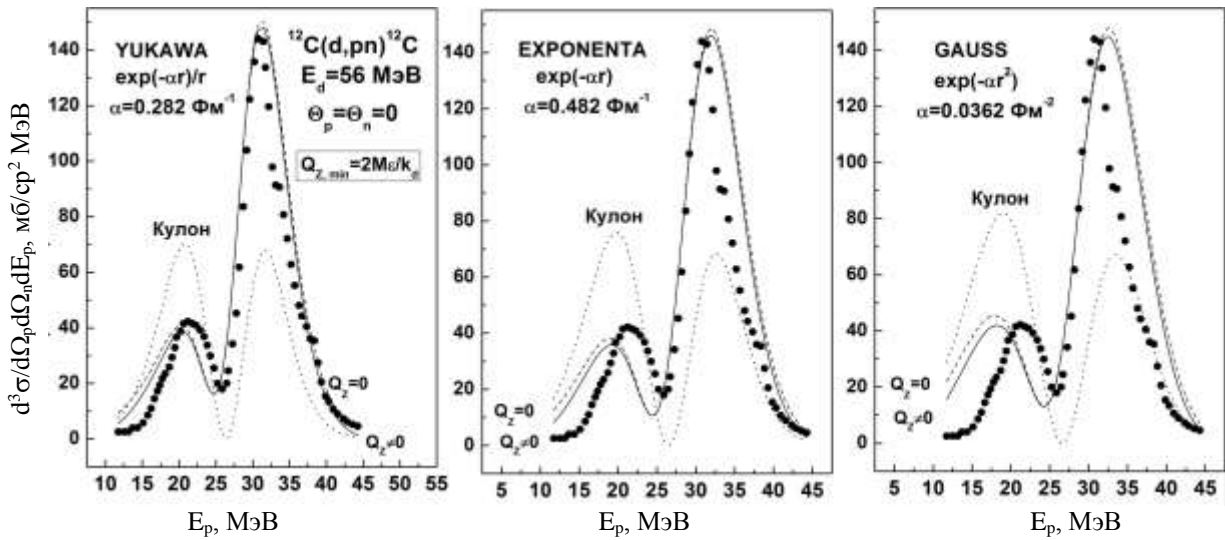


Рис. 4. Сечение дифракционного расщепления дейтрона на углероде для трех форм волновой функции дейтрона: юкавской, экспоненциальной и гауссовой.

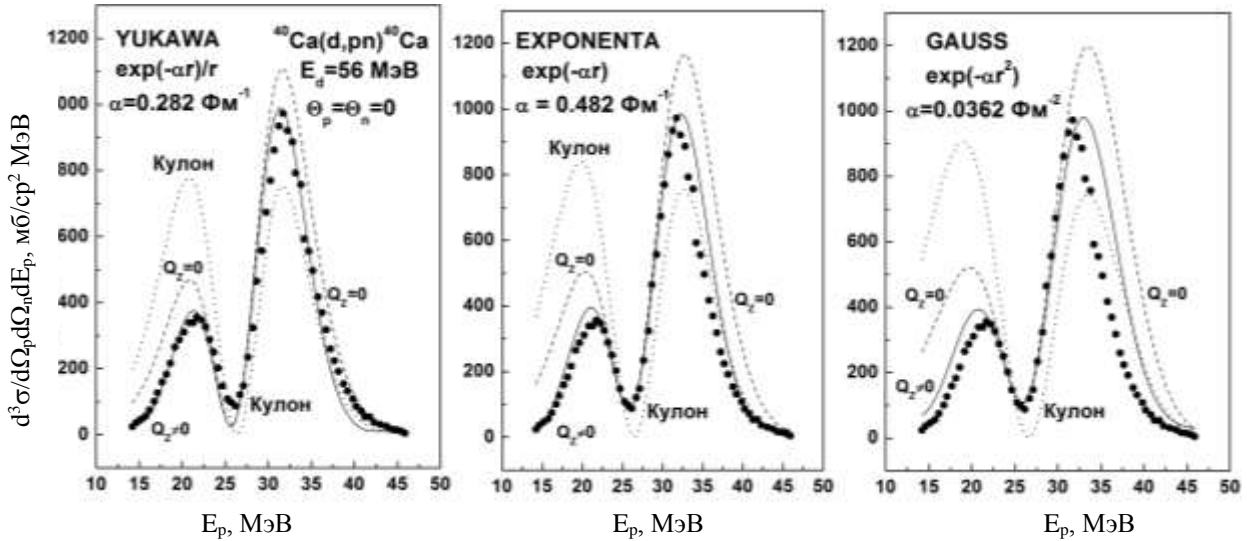


Рис. 5. Сечение дифракционного расщепления дейтрона на кальции для трех форм волновой функции дейтрона: юкавской, экспоненциальной и гауссовой

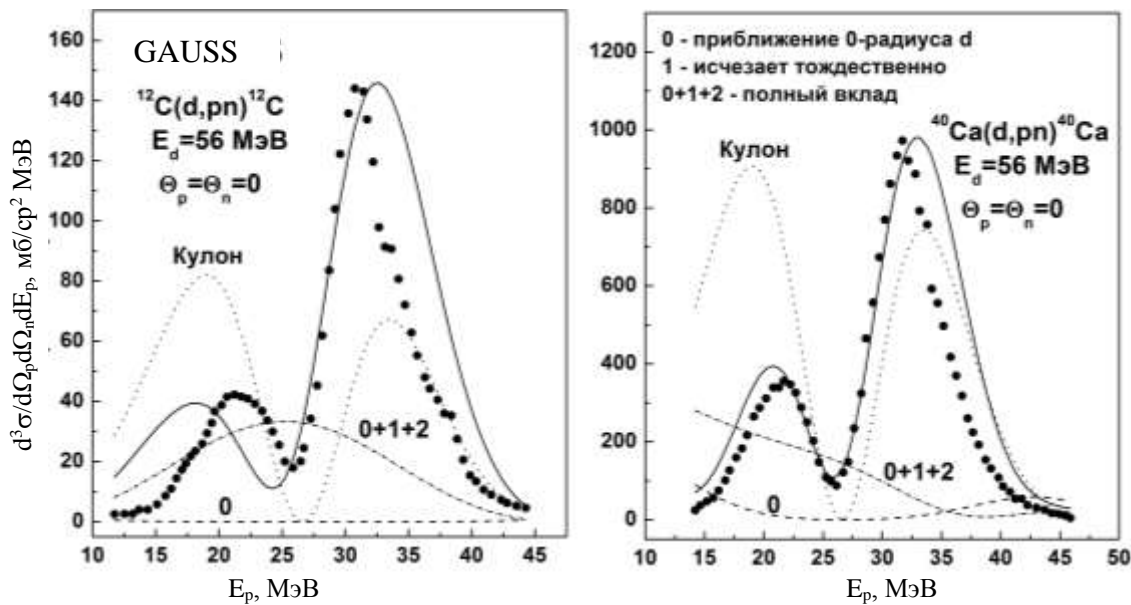


Рис. 6. Вклады различных порядков ядерно-кулоновской амплитуды $F_{Nc}(Q, p)$ в полное сечение реакции на углероде и кальции.

На рис. 6 слева показаны вклады различных членов разложения амплитуды (23) в полное сечение реакции на ядре углерода для гауссовой формы функции дейтрона. Кривая (0) обозначает вклад нулевого порядка разложения или, другими словами, приближения нулевого радиуса дейтрона, которое в силу рассматриваемой кинематики оказывается очень маленьким. Это видно из выражения (24). Так величина c_1 оказывается близкой к единице, а величина c_2 – к нулю. В результате $F_{Nc}^{(0)}$ и соответствующее сечение получается близким к нулю. Вклад первого порядка $F_{Nc}^{(1)}$ тождественно обращается в ноль из-за того, что $Q_{\perp} \equiv 0$ по причине кинематики. Наконец, кривой (0 + 1 + 2) показан полный вклад ядерно-кулоновской амплитуды, а фактически вклад второго порядка $F_{Nc}^{(2)}$. По сравнению с сечением кулоновского развала его вклад значительно меньший, поэтому как форма, так и величина полного сечения развала определяется в значительной степени кулоновской частью.

На рис. 6 справа показаны аналогичные вклады различных членов разложения амплитуды (23) в полное сечение реакции на ядре кальция для гауссовой формы функции дейтрона. Здесь формы кривых для различных вкладов отличаются от тех, что для углерода. Однако в обоих случаях интерференция кулоновской (12) и ядерно-кулоновской амплитуд (23) приводит к сильному подавлению левого пика, который обусловлен кулоновским механизмом.

При более высоких энергиях роль эффектов, связанных с передачей продольного импульса, особенно в несимметричной геометрии, будет возрастать и может достигать сотен процентов. Как показано на рис. 7, при той же энергии, но в других кинематических условиях, когда кулоновский механизм реакции на углероде не играет никакой роли, а главным и определяющим является ядерное взаимодействие (ядерно-кулоновская часть амплитуды (22)), эффект учета Q_z хорошо заметен.

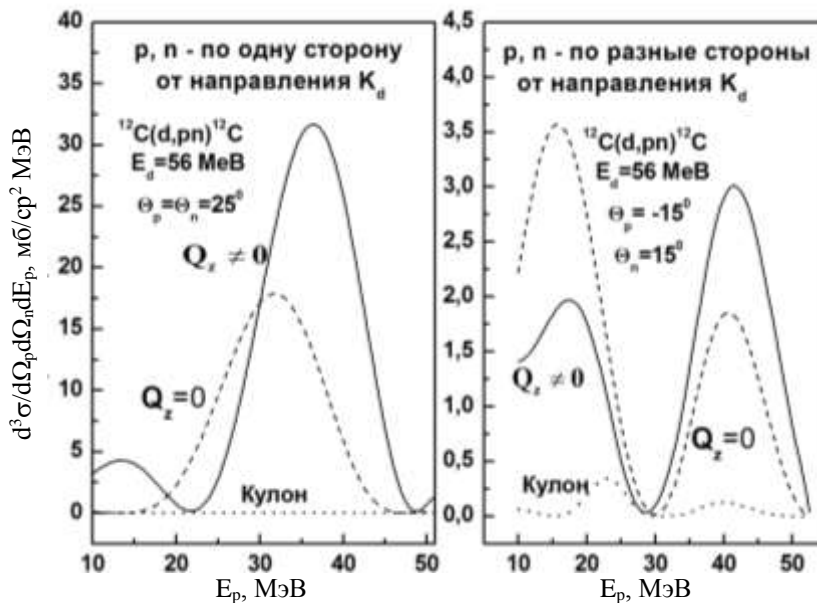


Рис. 7. Энергетические спектры протонов в реакции развала дейтрона на углероде при отличных от нуля углах вылета протона и нейтрона.

Заключение

В дифракционном приближении, обобщенном на случай неупругих процессов, теоретически исследована реакция расщепления дейтрона (d, pn) при средних энергиях. В частности, проанализированы вклады кулоновского и ядерно-кулоновского механизмов расщепления в дифференциальное сечение с использованием данных эксперимента по расщеплению дейтронов с энергией 56 МэВ при их столкновении с ядрами углерода и кальция и вылете продуктов реакции

вперед под нулевыми углами к направлению падающего пучка дейтронов. Учитывались как кулоновское, так и ядерное взаимодействия дейтрона с ядром. Волновые функции дейтрона в начальном и в конечном состояниях строились ортогональными друг к другу, чтобы качественно учесть взаимодействие в конечном состоянии пр-пары и избежать ложных вкладов в сечение реакции при близких к нулю передаваемых импульсах. Для основного состояния дейтрона в расчетах использовались юкавская, экспоненциальная и гауссова формы волновой функции.

Рассчитаны энергетические спектры образующихся протонов с точностью вплоть до второго порядка по отношению размера дейтрона к размеру ядра-мишени, что обеспечивает хорошую точность расчетов. Приближение нулевого радиуса для дейтрона оказывается здесь недостаточным (хотя оно часто делается для упрощения вычислений в DWBA теории).

Произведено сравнение рассчитанных спектров с экспериментальными данными при 56 МэВ на указанных ядрах. Показано, что в рассматриваемой реакции вклад ядерно-кулоновской амплитуды развала заметно меньше величины вклада чисто кулоновской амплитуды, которая доминирует в случае реакции на углероде и кальции. Это

приводит к тому, что форма энергетического спектра протонов в значительной степени повторяет форму кулоновского сечения. Однако одного кулоновского взаимодействия и соответствующей амплитуды совершенно недостаточно для количественного описания эксперимента. Наилучшее описание экспериментальных спектров протонов достигается при использовании юкавской формы волновой функции дейтрона. Кроме того, показано, что учет продольной составляющей передаваемого импульса нуклонам дейтрона улучшает согласие с экспериментальными данными и оказывается довольно значительным при других геометриях эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rybicki F., Austern N.* Distorted-Wave Theory of Deuteron Breakup // *Phys. Rev.* - 1973. - Vol. C6. - P. 1525.
2. *Lang J., Jarczyk L., Muller R.* Deuteron break-up in the field of the nucleus // *Nucl. Phys.* - 1973. - Vol. A204, - P. 97 - 109.
3. *Baur G., Trautmann D., Zoran V.* Sub-Coulomb deuteron break-up and the neutron-nucleus interaction // *Nucl. Phys.* - 1973. - Vol. A208. - P. 261 - 268.
4. *Akhiezer A.I., Sitenko A.G.* Diffractive Scattering of Fast Deuterons by Nuclei // *Phys. Rev.* - 1957. - Vol. 106. - P. 1236.
5. *Бережной Ю.А., Инопин Е.В.* К теории взаимодействия дейтронов с ядрами // *ЯФ.* - 1967. - Т. 6. - С. 1197 - 1200.
6. *Бережной Ю.А., Вовенко В.П., Созник А.П.* О расщеплении дейтронов средних энергий атомными ядрами // *УФЖ.* - 1976. - Т. 21. - С. 1170.
7. *Faldt G.* Dissociation and Stripping of High-Energy Deuterons // *Phys. Rev.* - 1970. - Vol. D2. - P. 846.
8. *Ситенко А.Г., Полозов А.Д., Евланов М.В.* Розщеплення дейтронів на ядрах при високих енергіях і врахування кулонівської взаємодії // *УФЖ.* - 1974. - Т. 19. - С. 1778.
9. *Glauber R.J.* High Energy Collision Theory // *Lectures in Theoretical Physics / Eds. W. E. Brittin, L. G. Dunham.* - N.Y., 1959. - Vol. 1. - P. 315.
10. *Ситенко А.Г.* К теории ядерных реакций с участием сложных частиц // *УФЖ.* - 1959. - Т. 4, № 2. - С. 152 - 163.
11. *Левшин Е.Б., Фурса А.Д.* Дифракционное расщепление трехнуклонных ядер // *ЯФ.* - 1976. - Т. 24, № 6. - С. 1115 - 1126.
12. *Okamura H., Hatori S., Matsuoka N. et al.* Strong evidence of the Coulomb breakup of the deuteron at 56 MeV // *Phys. Lett. B.* - 1994. - Vol. 325. - P. 308 - 312.
13. *Koning A.J., Delaroche J.P.* Local and global nucleon optical models from 1 keV to 200 MeV // *Nucl. Phys.* - 2003. - Vol. A713. - P. 231 - 310.
14. *Davydovskyy V.V., Foursat A.D.* // *Proc. of the 4th Int. Conf. "Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy"* (Kyiv, 3 - 7 Sept. 2012). - Kyiv, 2012. - P. 136 - 140.

В. В. Давидовський, А. Д. Фурса

Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ

ЕНЕРГЕТИЧНІ СПЕКТРИ ПРОТОНІВ У ДИФРАКЦІЙНОМУ РОЗЩЕПЛЕННІ ДЕЙТРОНІВ ЯДРАМИ ^{12}C ТА ^{40}Ca ПРИ СЕРЕДНІХ ЕНЕРГІЯХ

У дифракційному наближенні, узагальненому на випадок непружних процесів, що супроводжуються передачею поздовжнього імпульсу, досліджено реакцію розщеплення дейтрона при розсіянні на ядрах з урахуванням кулонової та ядерної взаємодій при середніх енергіях. Виведено формули для розрахунку енергетичних спектрів протонів, що утворюються, аж до другого порядку за відношенням радіуса дейтрона до радіуса ядра. У розрахунках використовувались три типи модельних хвильових функцій дейтрона: юкавська, експонента й гауссова. Функції пр-пари в континуумі будувались ортогональними стану дейтрона. Це дає змогу якісно врахувати взаємодію в кінцевому стані та уникнути помилкових вкладів у переріз при близьких до нуля переданих імпульсах. Проведено порівняння з експериментом із розщеплення дейтронів з енергією 56 МэВ на вуглецю та кальції з реєстрацією нейтронів та протонів, що вилітають під нульовими кутами. Показано, що вклад кулонового механізму домінує в перерізі. Найкращий опис спектрів протонів досягається при використанні юкавської форми хвильової функції дейтрона. Також показано, що врахування поздовжньої складової переданого імпульсу нуклонам дейтрона покращує узгодження з експериментальними даними. У випадку вильоту нуклонів під ненульовими кутами ефект від урахування цієї складової може досягати декількох сотень відсотків.

Ключові слова: дифракційне наближення, реакція розщеплення дейтрона, механізми реакції.

V. V. Davydovskyy, A. D. Foursat

*Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv***ENERGY SPECTRA OF PROTONS IN DIFFRACTION BREAK-UP OF DEUTERONS ON ^{12}C AND ^{40}Ca AT INTERMEDIATE ENERGIES**

In the diffraction approximation generalized to the case of inelastic processes with longitudinal momentum transfer, the reaction of the deuteron break-up on nuclei at medium energies is studied, taking into account the Coulomb and nuclear interactions. The formulas for the calculation of the energy spectra of the emerging protons are obtained up to the second order with respect to the ratio of the deuteron radius to the nucleus radius. Three types of model wave functions of the deuteron were used in the calculations: Yukawa, exponential and Gaussian. The wave function of np-pair in continuum is built orthogonal to the wave function of deuteron. This allows one to take into account qualitatively the interaction in the final state and avoid false contributions to the cross section at near zero momentum transfer. A comparison with experimental data on the break-up of deuterons with energy of 56 MeV on carbon and calcium with the registration of the emitted neutrons and protons at zero angles is carried out. It is shown that the contribution of the Coulomb mechanism dominates in the cross section. The best description of the spectra of protons is achieved by using the Yukawa form of the wave function of the deuteron. It is also shown that taking into account the transfer of longitudinal momentum to the deuteron nucleons improves the experimental data description. In the case of non-zero nucleon escape angles, the effect of taking into account longitudinal momentum can reach several hundred percent.

Keywords: diffraction approximation, deuteron break-up reaction, mechanisms of reaction.

REFERENCES

1. Rybicki F., Austern N. Distorted-Wave Theory of Deuteron Breakup // *Phys. Rev.* - 1973. - Vol. C6. - P. 1525.
2. Lang J., Jarczyk L., Muller R. Deuteron break-up in the field of the nucleus // *Nucl. Phys.* - 1973. - Vol. A204, - P. 97 - 109.
3. Baur G., Trautmann D., Zoran V. Sub-Coulomb deuteron break-up and the neutron-nucleus interaction // *Nucl. Phys.* - 1973. - Vol. A208. - P. 261 - 268.
4. Akhiezer A.I., Sitenko A.G. Diffractive Scattering of Fast Deuterons by Nuclei // *Phys. Rev.* - 1957. - Vol. 106. - P. 1236.
5. Berezhnoj Yu.A., Inopin E.V. // *Yadernaya fizika.* - 1967. - Vol. 6. - P. 1197 - 1200. (Rus)
6. Berezhnoj Yu.A., Vovenko V.P., Soznik A.P. // *Ukrayins'kyi fizychnyi zhurnal.* - 1976. - Vol. 21. - P. 1170. (Rus)
7. Faldt G. Dissociation and Stripping of High-Energy Deuterons // *Phys. Rev.* - 1970. - Vol. D2. - P. 846.
8. Sitenko A.G., Polozov A.D., Evlanov M.V. // *Ukrayins'kyi fizychnyi zhurnal.* - 1974. - Vol. 19. - P. 1778. (Rus)
9. Glauber R.J. High Energy Collision Theory // *Lectures in Theoretical Physics* / *Edы. W. E. Brittin, L. G. Dunham.* - N.Y., 1959. - Vol. 1. - P. 315.
10. Sitenko A.G. // *UFZh.* - 1959. - Vol. 4, No. 2. - P. 152 - 163. (Rus)
11. Levshin E.B., Fursa A.D. // *Yadernaya fizika.* - 1976. - Vol. 24, No. 6. - P. 1115 - 1126. (Rus)
12. Okamura H., Hatori S., Matsuoka N. et al. Strong evidence of the Coulomb breakup of the deuteron at 56 MeV // *Phys. Lett. B.* - 1994. - Vol. 325. - P. 308 - 312.
13. Koning A.J., Delaroche J.P. Local and global nucleon optical models from 1 keV to 200 MeV // *Nucl. Phys.* - 2003. - Vol. A713. - P. 231 - 310.
14. Davydovskyy V.V., Foursat A.D. // *Proc. of the 4th Intern. Conf. "Current Problems in Nuclear Physics and Atomic Energy"* (Kyiv, 3 - 7 Sept. 2012). - Kyiv, 2013. - P. 136 - 140.

Надійшла 17.02.2016

Received 17.02.2016