

**ОБ'ЄМНА ТА ПОВЕРХНЕВА ЕНЕРГІЯ СИМЕТРІЇ ДЛЯ ЯДЕР,  
ВІДДАЛЕНИХ ВІД ДОЛИНИ СТАБІЛЬНОСТІ**

**В. М. Коломієць, А. І. Санжур**

*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ*

Для обрахунку енергії ізотопічної симетрії середніх та важких ядер застосовано прямий варіаційний метод. Функціонал густини енергії обчислено в наближенні Томаса – Фермі з ефективними силами Скірма. Досліджено поведінку об'ємної та поверхневої енергії симетрії залежно від густини нуклонів у центрі ядра  $\rho_{q,0}$  та від нейтронного надлишку для різних параметризацій сил Скірма. Обраховано середнє число нейтронів  $N_d$  у поверхневій області ядра для ядер, розташованих на лінії  $\beta$ -стабільності, та залежність величини  $N_d$  від густини нуклонів  $\rho_{q,0}$  та від віддаленості від лінії  $\beta$ -стабільності.

**Вступ**

Енергія ізотопічної симетрії ядра  $E_{\text{sym}}$  є одним із ключових елементів емпіричної масової формули [1]. Вона визначає як долину стабільності ядер (спільно з кулонівською енергією), так і динамічні характеристики ізовекторних збурень поблизу рівноважного стану ядер [2 - 5]. Для розв'язання багатьох сучасних проблем фізики зіткнення важких іонів, таких як ізотопічний скейлінг [6, 7], мультифрагментація ядер з вильотом асиметричних кластерів [8 - 10], ізотопічна нестабільність ядер при високих температурах [11 - 13], важливим є встановлення рівняння стану для енергії симетрії  $E_{\text{sym}}$ , тобто її залежності від густини нуклонів, параметра асиметрії  $X = (N - Z)/A$ , температури тощо. Тісно пов'язаними з проблемою пошуку рівняння стану для енергії симетрії є також дослідження нуклонного складу поверхневої області ядра, зокрема нейтронного надлишку в ядрах, віддалених від долини стабільності [14, 15]. Останнє може бути використане для дослідження специфічних мод збудження важких ядер та ядерної матерії, пов'язаних із звуковими коливаннями в нейтронній фермі-рідині, та для вирішення деяких астрофізичних проблем.

Дана робота присвячена дослідженню поведінки об'ємної і поверхневої енергії симетрії залежно від густини нуклонів у центрі ядра  $\rho_{q,0}$  для різних параметризацій сил Скірма ( $q$  – ізотопічний індекс,  $q = p$  для протонів і  $q = n$  для нейтронів) та встановленню нуклонної структури поверхневої області ядра залежно від віддаленості ядра від лінії  $\beta$ -стабільності.

**Функціонал густини енергії**

У загальному випадку енергія ізотопічної симетрії  $E_{\text{sym}}$  містить об'ємну та поверхневу складові й має вигляд

$$E_{\text{sym}} = X^2 (Ab_{\text{vol}} - A^{2/3}b_{\text{surf}}) = \frac{(N - Z)^2}{A} (b_{\text{vol}} - A^{-1/3}b_{\text{surf}}), \quad (1)$$

де  $b_{\text{vol}}$  та  $b_{\text{surf}}$  – об'ємний та поверхневий коефіцієнти ізотопічної симетрії. Згідно з формулою (1), для обчислення енергії симетрії  $E_{\text{sym}}$  необхідно спершу обчислити повну енергію ядра  $E$  і потім виділити в ній складові, що пропорційні квадрату параметра асиметрії  $X$ .

Розрахунок повної енергії  $E$  проведемо в рамках розширеної теорії Томаса - Фермі (Extended Thomas - Fermi approximation (ETFА)) [3, 16, 17] для сферичних ядер з використанням нуклон-нуклонної взаємодії типу сил Скірма. Наведені нижче результати обчислень отримано без урахування кулонівської та спин-орбітальної взаємодії, що не впливає суттєво на зроблені в роботі висновки. Згідно з ETFА, повна енергія сферичного ядра  $E = E[\rho_n, \rho_p]$  є функціоналом просторового розподілу густини нейтронів  $\rho_n = \rho_n(r)$  та протонів  $\rho_p = \rho_p(r)$ , а саме

$$E = E[\rho_n, \rho_p] = 4\pi \int_0^\infty r^2 \varepsilon(\rho_n, \rho_p) dr, \text{ де } \varepsilon(\rho_n, \rho_p) - \text{ густина енергії.}$$

Значення енергії для основного стану ядра можна отримати, знаходячи мінімум цього функціонала відносно варіації густин  $\rho_n(r)$ ,  $\rho_p(r)$  за додаткової умови збереження числа нейтронів і протонів.

З метою виділення енергії симетрії з повної енергії ядра зручно перейти до нових варіаційних змінних – повної густини нуклонів  $\rho_+(r)$  і густини нейтронного надлишку  $\rho_-(r)$ :

$$\rho_+(r) = \rho_n(r) + \rho_p(r), \quad \rho_-(r) = \rho_n(r) - \rho_p(r),$$

$$E = E[\rho_+, \rho_-]. \quad (2)$$

Вважаючи варіацію густини  $\delta\rho_- \equiv \rho_-$  малою величиною, запишемо для функціонала енергії  $E[\rho_+, \rho_-]$  варіаційний розклад

$$E[\rho_+, \rho_-] \approx E[\rho_+, 0] + \delta^2 E |_{\delta\rho_- = \rho_-}(r), \quad (3)$$

де  $E[\rho_+, 0]$  – функціонал енергії симетричної системи нуклонів ( $\rho_n(r) = \rho_p(r) = \rho_+(r)/2$ ), а друга варіація відповідає енергії симетрії системи. Використавши вираз для густини енергії із роботи [18], з урахуванням формул (2) отримуємо густину енергії  $\varepsilon(\rho_+, \rho_-)$  у вигляді

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho_+, \rho_-) = & \frac{\hbar^2}{2m} \alpha \rho_+^{5/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho_+^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho_+^{2+\nu} + \alpha \left( \frac{3t_1 + 5t_2}{16} + \frac{t_2 x_2}{4} \right) \rho_+^{8/3} + \\ & + \left[ \frac{\hbar^2}{2m} \frac{5}{9} \alpha \rho_+^{2/3} + \frac{t_0}{4} \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) \rho_+ + \frac{t_3}{24} \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) \rho_+^{1+\nu} + \alpha \left( \frac{5t_2}{18} + \frac{25t_2 x_2 - 15t_1 x_1}{72} \right) \rho_+^{5/3} \right] \frac{\rho_-^2}{\rho_+} + \varepsilon_{\text{grad}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \nu$  – параметри сил Скірма,  $m$  – маса нуклона,  $\alpha = \frac{3}{5} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3}$ , а густина енергії  $\varepsilon_{\text{grad}}$  включає похідні від  $\rho_+(r)$  та  $\rho_-(r)$ . Доданки в густині енергії (4), що містять густину нейтронного надлишку, дадуть внески до енергії симетрії ядра, а решта членів залежить тільки від повної густини нуклонів і описує ізотопічно симетричну систему нуклонів.

### Прямий варіаційний метод

Маючи вираз для густини енергії  $\varepsilon(\rho_+, \rho_-)$  (4), необхідно знайти мінімум повної енергії

$$E = E[\rho_+, \rho_-] = 4\pi \int_0^\infty r^2 \varepsilon(\rho_+, \rho_-) dr \quad (5)$$

з додатковими умовами збереження повного числа частинок  $A$  і нейтронного надлишку  $N - Z$ . Задачу пошуку мінімуму енергії (5) розв'яжемо прямим варіаційним методом, що полягає у використанні пробних функцій  $\rho_+(r), \rho_-(r)$  із варійованими параметрами. Оскільки такий метод звужує клас функцій для пошуку мінімуму інтеграла (5), важливим моментом є вибір пробних функцій такими, щоб при певних значеннях параметрів вони давали задовільне наближення до точного розв'язку варіаційної задачі. Виберемо пробні функції у вигляді (див. також [19])

$$\rho_+(r) = \frac{\rho_{+,0}}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}, \quad \rho_-(r) =$$

$$= \frac{\rho_{-,0}}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} + \frac{\rho_{+,0} d}{2a} \frac{\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}{\left(1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right)^2} \quad (6)$$

з чотирма варійованими параметрами:  $\rho_{+,0}$  – повна густина нуклонів у центрі ядра;  $\rho_{-,0}$  – густина нейтронного надлишку в центрі ядра;  $R$  – радіус ядра;  $d$  – параметр “нейтронної шуби”, фізичний зміст якого буде видно з подальшого. Величину параметра дифузності  $a$  фіксуємо рівною 0,55 фм і надалі як вільний параметр не розглядаємо. Зміст параметрів пробних функцій проілюстровано на рис. 1.

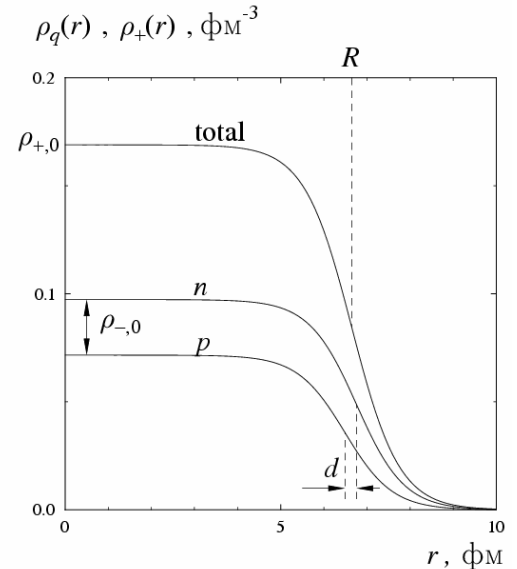


Рис. 1. Ілюстрація до параметрів пробних функцій (6). Суцільними кривими зображено густину нейтронів ( $n$ ), протонів ( $p$ ) та загальну густину частинок (total);  $\rho_{+,0}$  відповідає загальній густині нуклонів в центрі ядра,  $\rho_{-,0}$  – густині нейтронного надлишку в центрі ядра,  $R$  – радіусу ядра,  $d$  – товщині “нейтронної шуби”.

У даній роботі виконано інтегрування у формулі (5) з використанням спрощеного виразу для густини енергії  $\varepsilon(\rho_+, \rho_-)$ , нехтуючи градієнтною поправкою  $\varepsilon_{\text{grad}}$ . Таке спрощення, безумовно, приведе до некоректного відтворення поверхневої області ядра – саме тому розгляд параметра дифузності як вільного параметра при пошуку мінімуму енергії втрачає сенс і використовується фіксована величина. Але, незважаючи на втрату узгодженості балансу об'ємної та поверхневої енергій, ми отримаємо задовільне наближення до енергії симетрії (1), яка за своїм фізичним змістом не повинна суттєво залежати від поверхневих ефектів, зумовлених  $\varepsilon_{\text{grad}}$  (наявність поверхневого члена  $\sim b_{\text{surf}}$  у формулі (1) обумовлена головним чином тим, що наявність поверхні змінює густину нуклонів в усьому об'ємі ядра порівняно з її значенням у нескінченній ядерній матерії). Завдяки простому вигляду пробних функцій (6), інтегрування (5) виконується аналітично в лептодермічному наближенні  $a/R \ll 1$ , після чого енергія ядра залишається функцією від чотирьох параметрів пробних функцій  $\rho_{+,0}$ ,  $\rho_{-,0}$ ,  $R$  і  $d$ . Два з них,  $\rho_{-,0}$  і  $R$ , можна виключити за допомогою умов збереження числа нуклонів. За умови  $a/R \ll 1$  маємо

$$A = \frac{4\pi}{3} R^3 \left( 1 + \frac{\pi^2 a^2}{R^2} \right) \rho_{+,0},$$

$$N - Z = \frac{4\pi}{3} R^3 \left( 1 + \frac{\pi^2 a^2}{R^2} \right) \rho_{-,0} +$$

$$+ 4\pi R^2 \left( 1 + \frac{\pi^2 a^2}{3R^2} \right) \frac{\rho_{+,0}}{2} d. \quad (7)$$

За допомогою виразу (7) знаходимо

$$R = r_0 A^{1/3} \left( 1 - \frac{\pi^2 a^2}{3r_0^2 A^{2/3}} \right) + O(A^{-5/3}), \quad (8)$$

де  $r_0 = (4\pi\rho_{+,0}/3)^{-1/3}$ . Використовуючи цей вираз разом з формулами (7), отримуємо густину нейтронного надлишку в центрі ядра у вигляді

$$\rho_{-,0} = \rho_{+,0} \left[ X - \frac{3d}{2r_0 A^{1/3}} \left( 1 - \frac{\pi^2 a^2}{3r_0^2 A^{2/3}} \right) \right] + O(A^{-4/3}). \quad (9)$$

Зауважимо, що другий доданок у виразі для  $N - Z$  з формул (7) за змістом є кількістю нейтронів у поверхневій області ядра, тобто є числом нейтронів  $N_d$ , що містить у собі “нейтронна шуба”. З урахуванням виразів (7) і (8) ця величина становить

$$N_d = \frac{3}{2} \left( \frac{4\pi}{3} \rho_{+,0} \right)^{1/3} A^{2/3} d + O(A^{1/3}). \quad (10)$$

Вираз для енергії ядра  $E$ , отриманий з формули (5) в лептодермічному наближенні, враховуючи нехтування члена  $\varepsilon_{\text{grad}}$  в густині енергії (4), а також наслідки з умов збереження (8) і (9), набуває такого вигляду:

$$E = A \left[ \varphi_0(\rho_{+,0}) + X^2 \varphi_1(\rho_{+,0}) \right] + 3A^{2/3} \left( \frac{4\pi}{3} \rho_{+,0} \right)^{1/3} \left[ a\chi_0(\rho_{+,0}) + aX^2 \chi_1(\rho_{+,0}) + dX \chi_2(\rho_{+,0}) + \frac{d^2}{a} \chi_3(\rho_{+,0}) \right], \quad (11)$$

де

$$\varphi_0(\rho_{+,0}) = \frac{\hbar^2}{2m} \alpha \rho_{+,0}^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho_{+,0} + \frac{1}{16} t_3 \rho_{+,0}^{1+\nu} + \alpha \left( \frac{3t_1 + 5t_2}{16} + \frac{t_2 x_2}{4} \right) \rho_{+,0}^{5/3}, \quad (12)$$

$$\varphi_1(\rho_{+,0}) = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{5}{9} \alpha \rho_{+,0}^{2/3} - \frac{t_0}{4} \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) \rho_{+,0} - \frac{t_3}{24} \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) \rho_{+,0}^{1+\nu} + \alpha \left( \frac{5t_2}{18} + \frac{25t_2 x_2 - 15t_1 x_1}{72} \right) \rho_{+,0}^{5/3}, \quad (13)$$

$$\chi_0(\rho_{+,0}) = c_{5/3,2}^{(1)} \frac{\hbar^2}{2m} \alpha \rho_{+,0}^{2/3} + c_{2,2}^{(1)} \frac{3}{8} t_0 \rho_{+,0} + c_{2+\nu,2}^{(1)} \frac{1}{16} t_3 \rho_{+,0}^{1+\nu} + c_{8/3,2}^{(1)} \alpha \left( \frac{3t_1 + 5t_2}{16} + \frac{t_2 x_2}{4} \right) \rho_{+,0}^{5/3}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \chi_1(\rho_{+,0}) = & c_{5/3,2}^{(1)} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{5}{9} \alpha \rho_{+,0}^{2/3} - c_{2,2}^{(1)} \frac{t_0}{4} \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) \rho_{+,0} - c_{2+\nu,2}^{(1)} \frac{t_3}{24} \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) \rho_{+,0}^{1+\nu} + \\ & + c_{8/3,2}^{(1)} \alpha \left( \frac{5t_2}{18} + \frac{25t_2 x_2 - 15t_1 x_1}{72} \right) \rho_{+,0}^{5/3}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\chi_2(\rho_{+,0}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{2}{9} \alpha \rho_{+,0}^{2/3} + \frac{t_0}{8} \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_{+,0} + \frac{1+\nu}{2+\nu} \frac{t_3}{24} \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) \rho_{+,0}^{1+\nu} - \frac{5}{8} \alpha \left(\frac{5t_2}{18} + \frac{25t_2x_2 - 15t_1x_1}{72}\right) \rho_{+,0}^{5/3}, \quad (16)$$

$$\chi_3(\rho_{+,0}) = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{32} \alpha \rho_{+,0}^{2/3} - \frac{t_0}{96} \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_{+,0} - \frac{1}{(2+\nu)(3+\nu)} \frac{t_3}{96} \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) \rho_{+,0}^{1+\nu} + \frac{9}{352} \alpha \left(\frac{5t_2}{18} + \frac{25t_2x_2 - 15t_1x_1}{72}\right) \rho_{+,0}^{5/3}. \quad (17)$$

Числові коефіцієнти  $c_{\eta,2}^{(1)} = \int_0^\infty ((1 + \exp(x))^{-\eta} + (1 + \exp(-x))^{-\eta} - 1) dx$  наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Коефіцієнти  $c_{\eta,2}^{(1)}$  з виразів (14) – (17) для деяких значень  $\eta$

$\eta$	$c_{\eta,2}^{(1)}$
5/3	-0,758981
2	-1
13/6	-1,10223
8/3	-1,35898

Члени у формулі (11), пропорційні масовому числу  $A$ , описують рівняння стану ядерної матерії, зокрема  $\varphi_0(\rho_{+,0})$  – це енергія на частинку симетричної ядерної матерії. Знаючи величину  $\varphi_0(\rho_{+,0})$ , можна обчислити густину насичення  $\rho_\infty$  та модуль стиснення  $K_\infty$  ядерної матерії зі співвідношень

$$\left. \frac{\partial \varphi_0}{\partial \rho_{+,0}} \right|_{\rho_{+,0}=\rho_\infty} = 0, \quad K_\infty = 9\rho_{+,0}^2 \left. \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial \rho_{+,0}^2} \right|_{\rho_{+,0}=\rho_\infty}. \quad (18)$$

Величина  $\varphi_1(\rho_{+,0})$  у формулі (11) – це коефіцієнт асиметрії ядерної матерії. Щодо членів, пропорційних  $A^{2/3}$  в (11), то вони виникають завдяки присутності в ядрі дифузійного поверхневого шару. Отже, з точністю до членів  $\sim A^{1/3}$ , енергію ядра виражено через параметри пробних функцій  $\rho_{+,0}$  і  $d$ . Для відшукання значень цих параметрів, що відповідають мінімуму повної енергії ядра, необхідно розв'язати систему рівнянь

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_{+,0}} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial d} = 0. \quad (19)$$

Відкидаючи у виразі (11) члени  $O(A^{1/3})$ , легко бачити, що друге з рівнянь (19) має розв'язок

$$d = -\frac{\chi_2(\rho_{+,0})}{2\chi_3(\rho_{+,0})} a X. \quad (20)$$

Співвідношення (20) має важливий наслідок, воно вказує, що при відсутності дифузності поверхні ( $a=0$ ) неможливо створити поверхневий шар нейтронів навіть при наявності надлишку нейтронів в ядрі ( $X > 0$ ). Ця обставина ставить під сумнів коректність оцінки числа нейтронів у поверхневому шарі ядра, що отримана в роботі [20] за припущення відсутності дифузності поверхні ядра.

Завдяки співвідношенню (20) вираз для повної енергії набуває вигляду

$$E = A \left[ \varphi_0(\rho_{+,0}) + X^2 \varphi_1(\rho_{+,0}) \right] + 3aA^{2/3} \left( \frac{4\pi}{3} \rho_{+,0} \right)^{1/3} \left[ \chi_0(\rho_{+,0}) + X^2 \left( \chi_1(\rho_{+,0}) - \frac{[\chi_2(\rho_{+,0})]^2}{4\chi_3(\rho_{+,0})} \right) \right], \quad (21)$$

звідки, порівнюючи з визначенням енергії симетрії (1), маємо

$$b_{\text{vol}} = \varphi_1(\rho_{+,0}), \quad (22)$$

$$b_{\text{surf}} = 3a \left( \frac{4\pi}{3} \rho_{+,0} \right)^{1/3} \left[ \chi_1(\rho_{+,0}) - \frac{[\chi_2(\rho_{+,0})]^2}{4\chi_3(\rho_{+,0})} \right]. \quad (23)$$

Чисельні значення об'ємного та поверхневого коефіцієнтів асиметрії для декількох параметризацій сил Скірма наведено в табл. 2. Вони розраховані згідно з виразами (22) та (23) для

$\rho_{+,0} = \rho_{+,0}^{\text{sat}}$ , що задовольняє рівнянням (19) для ядра  $^{208}\text{Pb}$ . В окремих стовбцях для порівняння показано також значення  $\rho_{\infty}$  та  $K_{\infty}$ . Параметри  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \nu$  для цих сил наведено в [21 - 23].

Таблиця 2. Коефіцієнти асиметрії  $b_{\text{vol}}, b_{\text{surf}}$  для сил Скірма SIII, SkM і SLy230b

Параметризація	$\rho_{\infty}, \text{фМ}^{-3}$	$K_{\infty}, \text{MeB}$	$b_{\text{vol}}, \text{MeB}$	$b_{\text{surf}}, \text{MeB}$
SIII	0,145	355	28	28
SkM	0,160	217	33	66
SLy230b	0,160	230	34	59

Нами було проведено порівняння просторового розподілу густини нейтронів і протонів для ядра  $^{208}\text{Pb}$ , отриманих із використанням пробних функцій (6) з параметрами, що мінімізують повну енергію (11), та відповідного розподілу густин, отриманого чисельним розв'язком рівнянь Ейлера в рамках ЕТФА. Результати порівняння наведено на рис. 2. Розбіжність суцільних та відповідних штрихових кривих пояснюється тим, що при обчисленні штрихових ліній ми, поперше, знехтували членом  $\varepsilon_{\text{grad}}$  у виразі (4), а по-друге, не врахували члени  $O(A^{1/3})$  у виразі (11). Указані причини зумовлюють також розбіжність і в інтегральних величинах за рахунок неповного опису поверхневої енергії ядра: енергія на частинку,  $E/A$ , отримана для ядра  $^{208}\text{Pb}$  в рамках ЕТФА для параметризації SkM, становить -11,6 MeB, а застосування виразу (11) дає значення -13,3 MeB.

### Чисельні розрахунки

Прямий варіаційний метод дає змогу дослідити енергію симетрії для ядер, віддалених від долини стабільності, та для ядер в екстремальних умовах, коли густина нуклонів суттєво відрізняється від густини насичення для основного стану ядер. На рис. 3 показано порівняння поведінки об'ємного коефіцієнта асиметрії від густини нуклонів для трьох відомих параметризацій нуклон-нуклонної взаємодії. Як уже зазначалося вище, функція  $\varphi_1(\rho_{+,0})$ , що визначає значення  $b_{\text{vol}}$  (див. вираз (22)), це коефіцієнт ізотопічної симетрії ядерної матерії, тому зручно нормувати  $b_{\text{vol}}$  до його значення при  $\rho_{+,0} = \rho_{\infty}$ . З рисунка видно, що поведінка об'ємного коефіцієнта ізотопічної симетрії може суттєво залежати від вибору сил.

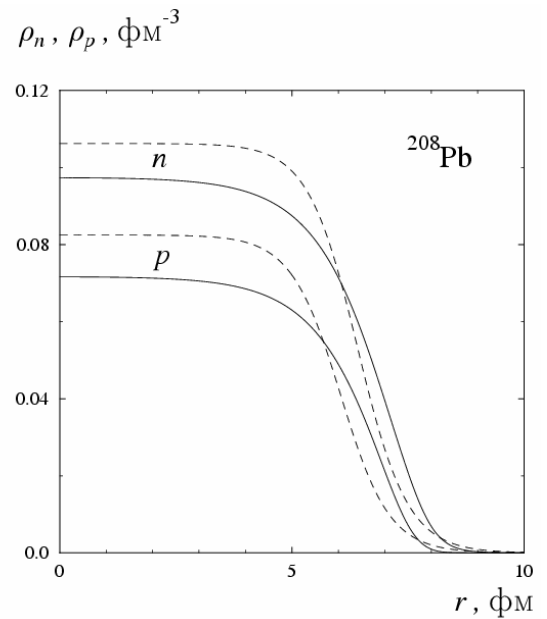


Рис. 2. Порівняння густин нейтронів ( $n$ ) і протонів ( $p$ ), розрахованих для ядра  $^{208}\text{Pb}$  на основі набору параметрів SkM для сил Скірма. Суцільні криві – чисельний розв'язок рівнянь Ейлера для функціонала повної енергії з густиною енергії (4), що одержана в рамках розширеного методу Томаса–Фермі. Штрихові лінії отримані на основі прямого варіаційного методу шляхом мінімізації енергії (11) по параметрах пробних функцій (6).

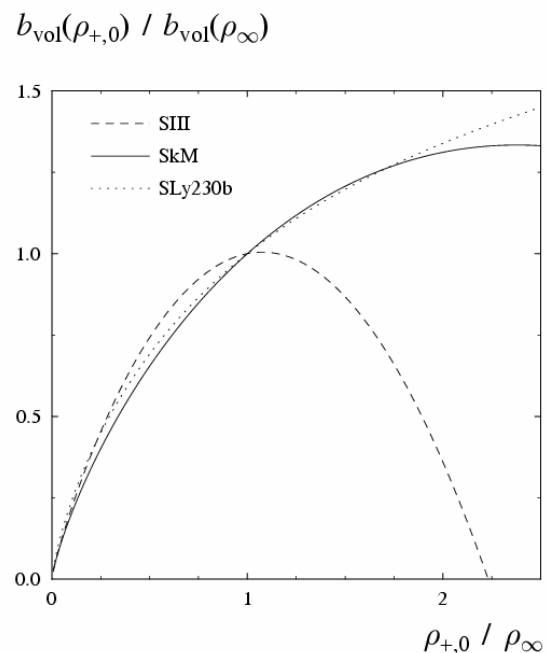


Рис. 3. Залежність нормованого об'ємного коефіцієнта ізотопічної симетрії ядерної матерії  $b_{\text{vol}}(\rho_{+,0})/b_{\text{vol}}(\rho_{\infty})$  від  $\rho_{+,0}/\rho_{\infty}$ , розраховано за допомогою виразу (22). Розрахунок виконано для параметризацій сил Скірма SIII, SkM і SLy230b [21 - 23]. Відповідність кривих до параметризацій указано у верхньому лівому куті рисунка. Значення густини насичення ядерної матерії  $\rho_{\infty}$  для зазначених сил Скірма наведено в табл. 1.

Для вивчення енергії симетрії нуклонних систем скінчених розмірів важливим є значення поверхневого коефіцієнта симетрії  $b_{\text{surf}}$ . На рис. 4 зображено залежність  $b_{\text{surf}}$  від густини нуклонів для трьох параметризацій сил Скірма. Величину поверхневого коефіцієнта асиметрії на цьому рисунку нормовано до його значення при густині насичення в центрі ядра  $\rho_{+,0} = \rho_{+,0}^{\text{sat}}$ . Результати наведених розрахунків показують, що, як і у випадку з  $b_{\text{vol}}$ , вибір параметризації взаємодії Скірма суттєво визначає залежність  $b_{\text{surf}}$  від густини нуклонів.

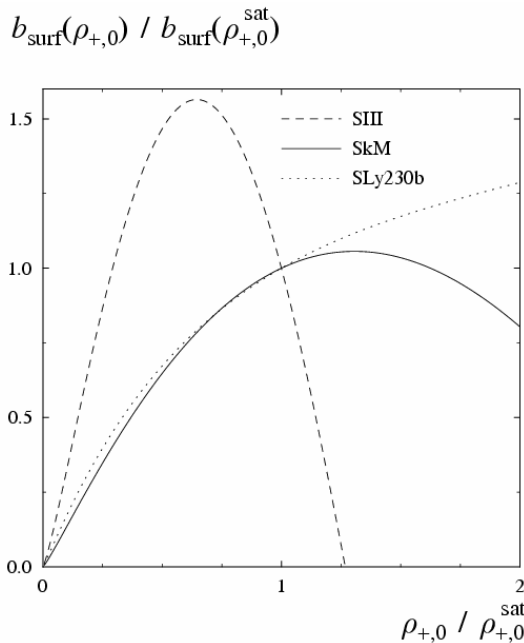


Рис. 4. Поверхневий коефіцієнт симетрії, нормований до свого значення при  $\rho_{+,0} = \rho_{+,0}^{\text{sat}}$ , як функція відношення  $\rho_{+,0} / \rho_{+,0}^{\text{sat}}$ . Розрахунок виконано з використанням формули (23) для трьох параметризацій сил Скірма – SkM, SkM і SLy230b [21 - 23]. Відповідність кривих до параметризацій вказано у верхньому правому куті рисунка. Значення густини насичення  $\rho_{+,0}^{\text{sat}}$  відповідає розв’язку умов мінімуму енергії (19).

Значення коефіцієнтів симетрії  $b_{\text{vol}}$ ,  $b_{\text{surf}}$ , наведені в табл. 2, було отримано для ядра  $^{208}\text{Pb}$ , що розташоване на лінії  $\beta$ -стабільності. Результати розрахунків для ядер, віддалених від лінії  $\beta$ -стабільності, представлено на рис. 5. З цього рисунка видно, що коефіцієнти симетрії виявляються майже сталими величинами в діапазоні зміни нейтронного надлишку  $\pm 20$  від лінії стабільності, до якої належить ядро  $^{208}\text{Pb}$  ( $N - Z = 44$ ). Така поведінка коефіцієнтів симетрії зумовлена, насамперед, незначною зміною густини насичення

$\rho_{+,0}^{\text{sat}}$  при віддаленні від долини стабільності і виправдовує застосування виразу (1) для енергії симетрії при віддаленні від лінії  $\beta$ -стабільності до 20 одиниць по  $N - Z$  у випадку важких ядер.

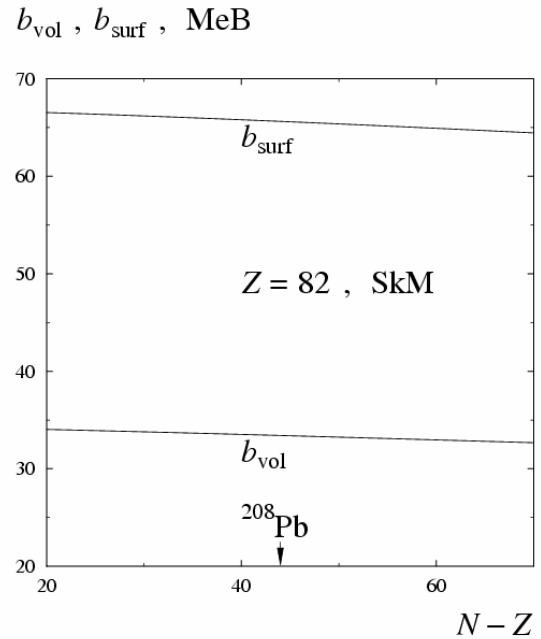


Рис. 5. Залежність об’ємного ( $b_{\text{vol}}$ ) та поверхневого ( $b_{\text{surf}}$ ) коефіцієнтів ізотопічної симетрії від нейтронного надлишку  $N - Z$ . Стрілкою вказано  $N - Z = 44$ , що відповідає положенню лінії стабільності.

Нами досліджено також кількість нейтронів  $N_d$  у поверхневому шарі ядра залежно від густини нуклонів у центрі ядра. Використовуючи співвідношення (10) та (20), можна обчислити функцію  $N_d(\rho_{+,0})$ , зображену на рис. 6 для ядра  $^{208}\text{Pb}$ . З рисунка видно, що  $N_d(\rho_{+,0})$  досягає максимального значення в області густин, близьких до густини насичення  $\rho_{+,0}^{\text{sat}}$ . В основному стані  $^{208}\text{Pb}$  “нейтронна шуба” містить приблизно 18 нейтронів. На рис. 7 показано середню кількість нейтронів у поверхневому шарі ядра в порівнянні з нейтронним надлишком для ядер, розташованих на лінії  $\beta$ -стабільності. Для визначення ядер, що відповідають лінії  $\beta$ -стабільності, нами було застосоване співвідношення між  $N$  і  $A$  з [2]:  $N \approx A/2 + 0.2A^2 / (A + 200)$ . З рисунка бачимо, що для цих ядер  $N_d$  лінійно залежить від масового числа  $A$ . Майже лінійною виявляється також залежність  $N_d$  від нейтронного надлишку, порохвана при сталому  $Z = 82$  для параметризації SkM (рис. 8). Рис. 8 показує зміну кількості нейтронів у “нейтронній шубі” при віддаленні від долини стабільності за рахунок зміни кількості нейтронів.

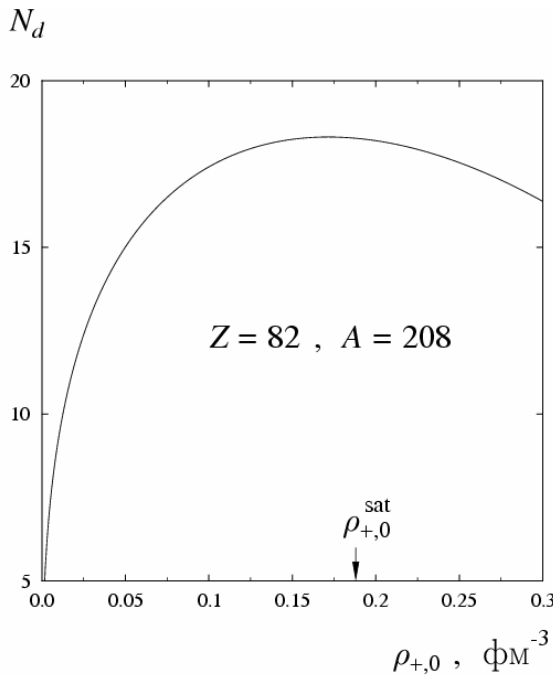


Рис. 6. Кількість нейтронів у “нейтронній шубі” як функція густини нуклонів у центрі ядра  $^{208}\text{Pb}$ . Розрахунок проведено за допомогою виразів (10) і (20) з використанням параметрів сил Скірма SkM [21]. Стрілкою вказано значення густини насичення ядерної матерії.

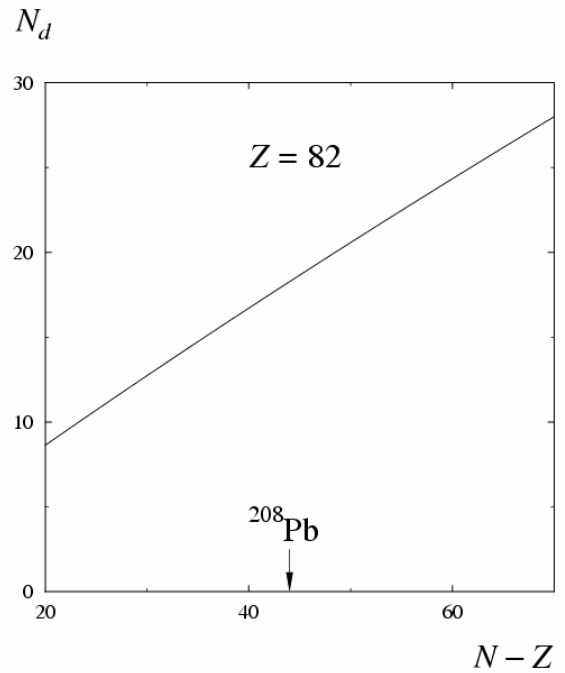


Рис. 8. Кількість нейтронів поверхневого шару залежно від нейтронного надлишку при сталому  $Z = 82$ . Розрахунки виконано з використанням параметрів SkM [21] за допомогою виразів (10) і (20) для  $\rho_{+,0} = \rho_{+,0}^{\text{sat}}$  при відповідному  $N$ . Стрілкою позначено значення нейтронного надлишку для ядра  $^{208}\text{Pb}$ .

$N_d, N - Z$

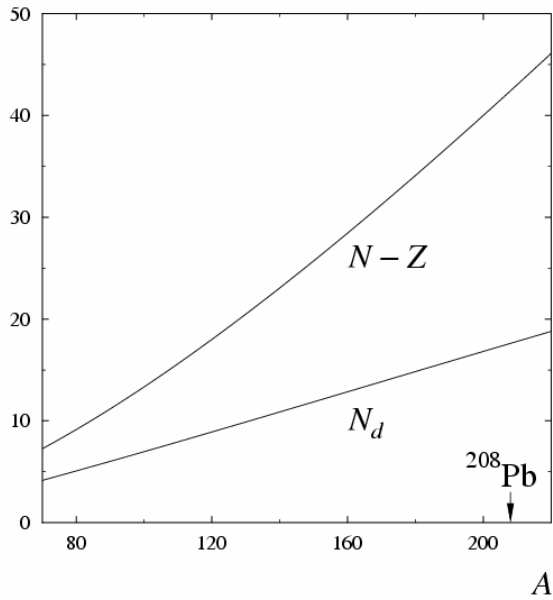


Рис. 7. Кількість нейтронів поверхневого шару ( $N_d$ ) і нейтронний надлишок ( $N - Z$ ) залежно від масового числа для ядер уздовж лінії  $\beta$ -стабільності.  $N_d$  розраховано за допомогою виразів (10) і (20) для  $\rho_{+,0} = \rho_{+,0}^{\text{sat}}$  при відповідних  $N$  і  $A$ . Розрахунки виконано для набору параметрів SkM [21].

### Висновки

Для чисельного розрахунку величини  $E_{\text{sym}}$  було застосовано прямий варіаційний метод, в якому в якості пробних функцій для густини нуклонів  $\rho_q$  використано функції Фермі з варійованими параметрами густини нуклонів у центрі ядра  $\rho_{q,0}$  та радіуса розподілу нуклонів  $R_q$  (параметр дифузності  $a = 0,55$  фм вважався фіксованим). Обраховані величини об'ємної  $b_{\text{vol}}$  та поверхневої  $b_{\text{surf}}$  енергії симетрії для ряду сферичних ядер уздовж лінії  $\beta$ -стабільності добре узгоджуються з відповідними величинами з емпіричної масової формули.

Установлено деякі загальні співвідношення між рівноважними характеристиками ядра. Так, виявлено існування зв'язку між товщиною поверхневого шару нейтронів  $d$  і параметром ізотопічної асиметрії  $X$ , а саме  $d = \text{const} \cdot aX$ . Це співвідношення означає, що при відсутності дифузності поверхні ( $a = 0$ ) поверхневий шар нейтронів не може бути створений навіть при значному надлишку нейтронів  $X > 0$  в ядрі.

Було досліджено поведінку величин  $b_{\text{vol}}$  та  $b_{\text{surf}}$  залежно від густини нуклонів у центрі ядра  $\rho_{+,0}$  (при фіксованому масовому числі  $A$ ) та при

зростанні нейтронного надлишку (при фіксованому числі протонів  $Z$ ) для ядер, віддалених від лінії  $\beta$ -стабільності. Результати розрахунків показали (див. рис. 3 та 4), що для обох коефіцієнтів ізотопічної симетрії  $b_{\text{vol}}$  та  $b_{\text{surf}}$  вибір параметризації взаємодії Скірма суттєво впливає на їх залежність від густини нуклонів. На прикладі ядра  $^{208}\text{Pb}$  продемонстровано, що коефіцієнти симетрії  $b_{\text{vol}}$  та  $b_{\text{surf}}$  є майже сталими величинами в широкому діапазоні зміни нейтронного надлишку  $\Delta(N - Z) = \pm 20$  від лінії  $\beta$ -стабільності.

Було обраховано також середнє число нейтронів  $N_d$  у поверхневій області ядра для ядер роз-

ташованих на лінії  $\beta$ -стабільності, та залежність величини  $N_d$  від густини нуклонів  $\rho_{+,0}$  та від віддаленості від долини стабільності. Виявилось, що для стабільних ядер величина  $N_d(\rho_{+,0})$  досягає максимального значення в області густин, близьких до густини насичення ядерної матерії  $\rho_{+,0} \approx \rho_{+,0}^{\text{sat}}$ . Величина  $N_d$  майже лінійно залежить від масового числа  $A$  для ядер уздовж лінії  $\beta$ -стабільності. Майже лінійною виявляється також залежність  $N_d$  від нейтронного надлишку.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. - Т. 1. - М.: Мир, 1971. - 456 с.
2. Ring P., Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. - Berlin: Springer, 1980. - 711 p.
3. Коломиец В.М. Приближение локальной плотности в атомной и ядерной физике - К.: Наук. думка, 1990. - 164 с.
4. Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра, - Т. 2. - М.: Мир, 1977. - 664 с.
5. Myers W.D., Swiatecki W.J. Average nuclear properties // Ann. of. Phys. - 1969. - Vol. 55, No. 3. - P. 395 - 505.
6. Tsang M.B., Gelbke C.K., Liu X.D. et al. Isoscaling in statistical models // Phys. Rev. - 2001. - Vol. C64, No. 5. - P. 054615(8).
7. Ono A., Danielewicz P., Friedman W.A. et al. Isospin fractionation and isoscaling in dynamical simulations of nuclear collisions // Phys. Rev. - 2003. - Vol. C68, No. 5. - P. 051601(R).
8. Natowitz J.B., Hagel K., Wada R. et al. Limiting temperatures of neutron rich nuclei: A possible interpretation of data from isotope yield ratios // Phys. Rev. - 1995. - Vol. C52, No. 5. - P. R2322 - R2325.
9. Cibor J., Wada R., Hagel K. et al. Dynamic evolution and the caloric curve for medium mass nuclei // Phys. Lett. - 2000. - Vol. B473, No. 1. - P. 29 - 34.
10. Veselsky M., Ibbotson R.W., Laforest R. et al. Isospin dependence of ratio  $Y(^3\text{H})/Y(^3\text{He})$  and its relation to temperature // Phys. Lett. - 2001. - Vol. B497, No. 1. - P. 1 - 7.
11. Friedman W.A. Rapid massive cluster formation // Phys. Rev. - 1990. - Vol. C42, No. 2. - P. 667 - 673.
12. Xu H.S., Tsang M.B., Liu T.X. et al. Isospin fractionation in nuclear multifragmentation // Phys. Rev. Lett. - 2000. - Vol. 85, No. 4. - P. 716 - 719.
13. Viola V.E. The nuclear liquid-gas phase transition // Nucl. Phys. - 2004. - Vol. A734. - P. 487 - 494.
14. Myers W.D., Swiatecki W.J. Nuclear equation of state // Phys. Rev. - 1998. - Vol. C57, No. 6. - P. 3020 - 3025.
15. Myers W.D., Swiatecki W.J. Isospin dependence of the nuclear surface tension // Phys. Rev. - 2001. - Vol. C63, No. 3. - P. 034318(5).
16. Bohigas O, Campi X, Krivine H, Treiner J. Extensions of the Thomas Fermi approximation for finite nuclei // Phys. Lett. - 1976. - Vol. 64, No. 4. - P. 381 - 385.
17. Коломиец В.М., Оффенгенден С.Р., Цехмистренко И.Ю. Расчет равновесных характеристик ядер, основанный на модифицированном приближении Томаса - Ферми // Ядерн. физ. - 1984. - Т. 39, вып. 6. - С. 1356 - 1367.
18. Brack M., Guet C., Håkansson H.-B. Selfconsistent semiclassical description of average nuclear properties - a link between microscopic and macroscopic models // Phys. Rep. - 1985. - Vol. 123, No. 5. - P. 275 - 364.
19. Uma Maheswari V.S., Ramamurthy V.S., Satpathy L. Analysis of the compressibility of a finite symmetrical nucleus in terms of a simple, analytically tractable model state // Phys. Rev. - 1992. Vol. C46, No. 6. - P. 2305 - 2310.
20. Ravenhall D.G., Pethick C.J., Lattimer J.M. Nuclear interface energy at finite temperatures // Nucl. Phys. - 1983. - Vol. A407. - P. 571 - 591.
21. Liu K.-F., Luo H., Ma Z. et al. Skyrme-Landau parameterization of effective interactions densities // Nucl. Phys. - 1991. - Vol. A534, No. 1 - P. 1 - 24.
22. Chabanat E., Bonche P., Haensel P. et al. A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities // Nucl. Phys. - 1997. - Vol. A627, No. 4 - P. 710 - 746.
23. Chung K.C., Wang C.S., Santiago A.J., Zhang J.W. Effective nucleon-nucleon interactions and nuclear matter equation of state // Eur. Phys. J. - 2001. - Vol. A10. - P. 27 - 39.
24. Treiner J., Krivine H., Bohigas O. Nuclear incompressibility from finite nuclei to nuclear matter // Nucl. Phys. - 1981. - Vol. A371, No. 2 - P. 253 - 287.



**ОБЪЕМНАЯ И ПОВЕРХНОСТНАЯ ЭНЕРГИЯ СИММЕТРИИ ДЛЯ ЯДЕР,  
УДАЛЕННЫХ ОТ ДОЛИНЫ СТАБИЛЬНОСТИ****В. М. Коломиец, А. И. Санжур**

Прямой вариационный метод применен для расчета энергии изотопической симметрии средних и тяжелых ядер. Функционал плотности энергии вычислен в приближения Томаса - Ферми с эффективными силами Скирма. Исследовано поведение объемной и поверхностной энергии симметрии в зависимости от плотности нуклонов в центре ядра  $\rho_{q,0}$  и от нейтронного избытка для различных параметризаций сил Скирма. Рассчитано среднее число нейтронов  $N_d$  в поверхностной области ядра для ядер, расположенных на линии  $\beta$ -стабильности, и зависимость величины  $N_d$  от плотности нуклонов  $\rho_{q,0}$  и от удаленности от линии  $\beta$ -стабильности.

**BULK AND SURFACE SYMMETRY ENERGY FOR THE NUCLEI FAR FROM  
THE VALLEY OF STABILITY****V. M. Kolomietz, A. I. Sanzhur**

The direct variational method have been applied to the calculation of the symmetry energy for medium and heavy nuclei. The functional of energy of the Thomas - Fermi approximation with the effective Skyrme forces have been used. The behavior of the bulk and the surface symmetry energy as the function of the bulk nucleon density  $\rho_{q,0}$  and the neutron excess have been studied for the various sets of Skyrme forces. We have calculated the average number of neutrons in the surface region,  $N_d$ , for the nuclei at the line of  $\beta$ -stability and the dependence of  $N_d$  on the nucleon density  $\rho_{q,0}$  and on the remoteness from the line of  $\beta$ -stability.

Надійшла до редакції 05.03.07,  
після доопрацювання – 05.04.07.