

**О. І. Левон, О. Г. Магнер\***

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Київ, Україна*

\*Відповідальний автор: [magner@kinr.kiev.ua](mailto:magner@kinr.kiev.ua)

### **РЕАКЦІЇ ДВОНЕЙТРОННОЇ ПЕРЕДАЧІ ТА МІРА КВАНТОВОГО ХАОСУ ЯДЕРНИХ СПЕКТРІВ**

Пропонуємо нову статистичну інтерпретацію ядерних колективних станів, які були нещодавно знайдені у двонейтронних реакціях передачі з рідкісними землями та актинідними ядрами, і застосування до їхнього аналізу розподілів найближчих сусідніх рівнів (РНСП). Отримано експериментальні РНСП з використанням повних та чистих послідовностей колективних станів через процедуру анфолдінга. Знайдено, що реакції двонейтронної передачі дозволяють отримати таку послідовність колективних станів, що задовольняє вимогам статистичного аналізу. Теоретичний аналіз базується на лінійному наближенні густини відштовхування рівнів у теорії Вігнера - Дайсона. Це наближення дає змогу обчислити окремо внески вігнеровського хаосу та пуассонівського порядку. Знайдено проміжну поведінку РНПС між граничними розподілами Вігнера та Пуассона. Виявляється, що РНПС зсувається від хаосу до порядку зі зростанням довжини спектрів і кутового моменту колективних станів. В якості перспектив статистичного аналізу обговорюється порушення симетрії станів при фіксації проекції кутового моменту  $K$ , зокрема у зв'язку з узагальненою квазікласичною теорією періодичних орбіт.

*Ключові слова:* статистичний аналіз, ядерні колективні стани, квантовий і класичний хаос, розподіл найближчих сусідніх рівнів, розподіли Вігнера та Пуассона.

**А. И. Левон, А. Г. Магнер\***

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев, Украина*

\*Ответственный автор: [magner@kinr.kiev.ua](mailto:magner@kinr.kiev.ua)

### **РЕАКЦИИ ДВУХНЕЙТРОННОЙ ПЕРЕДАЧИ И МЕРА КВАНТОВОГО ХАОСА ЯДЕРНЫХ СПЕКТРОВ**

Предлагаем новую статистическую интерпретацию ядерных коллективных состояний, недавно полученных в реакциях двухнейтронной передачи с редкими землями и актинидными ядрами, и применение к их анализу распределений ближайших соседних уровней (РБСУ). Получены экспериментальные РБСУ с использованием полных и чистых последовательностей коллективных ядерных состояний через процедуру анфолдинга. Найдено, что реакции двухнейтронной передачи позволяют получить такую последовательность коллективных состояний, которая удовлетворяет требованиям статистического анализа. Теоретический анализ основывается на линейном приближении плотности расталкивания уровней в теории Вигнера - Дайсона. Это приближение позволяет рассчитать отдельно вклады вигнеровского хаоса и пуассоновского порядка. Оказывается, что РБСУ сдвигаются от хаоса к порядку с ростом длины спектров и углового момента коллективных состояний. Обсуждаются перспективы исследования нарушения симметрии при фиксированной проекции углового момента  $K$ , в частности в связи с общей квазиклассической теорией периодических орбит.

*Ключевые слова:* статистический анализ, ядерные коллективные состояния, квантовый и классический хаос, распределение ближайших соседних уровней, распределения Вигнера и Пуассона.

**A. I. Levon, A. G. Magner\***

*Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

\*Corresponding author: [magner@kinr.kiev.ua](mailto:magner@kinr.kiev.ua)

### **TWO-NEUTRON TRANSFER REACTIONS AND THE QUANTUM CHAOS MEASURE OF NUCLEAR SPECTRA**

A new statistical interpretation of the nuclear collective states is suggested and applied to analysis of states, found recently in rare earths and actinide nuclei by the two-neutron transfer reactions, in terms of the nearest neighbor-spacing distributions (NNSDs). Experimental NNSDs were obtained by using the complete and pure sequences of the collective states through an unfolding procedure. The two-neutron transfer reactions allow to obtain such a sequence of the collective states that meets the requirements for a statistical analysis. Their theoretical analysis is based on a linear approximation of the repulsion level density within the Wigner - Dyson theory. This approximation is successful to

evaluate separately the Wigner chaos and Poisson order contributions. We found an intermediate behavior of NNSDs between the Wigner and Poisson limits. NNSDs turn out to be shifted from a chaos to order with increasing the length of spectra and the angular momentum of collective states. The symmetry breaking of states with the fixed projection of angular momenta  $K$  is discussed in terms of degree of symmetry – the number of independent integrals of motion beyond the system energy – in relation to the periodic orbit theory.

*Keywords:* statistical analysis, nuclear collective states, quantum and classical chaos, nearest neighbor-spacing distributions, Wigner and Poisson distributions.

## REFERENCES

1. M.L. Mehta. *Random Matrices* (San Diego, New York, Boston, London, Sydney, Tokyo, Toronto: Academic Press, 1991).
2. V. Zelevinsky et al. The nuclear shell model as a testing ground for many for many-body quantum chaos. *Phys. Rep.* 276 (1996) 85.
3. H.-J. Stöckmann. *Quantum Chaos: An Introduction* (Cambridge, University Press, Cambridge, England, 1999).
4. S. Aberg. *Quantum Chaos* (compendium, Mathematical Physics, Lund University, Sweden, 2002).
5. H.A. Weidenmüller, G.E. Mitchell. Random matrix and chaos in nuclear physics: nuclear structure. *Rev. Mod. Phys.* 81 (2009) 539.
6. G.E. Mitchell, A. Richter, H.A. Weidenmüller. Random matrix and chaos in nuclear physics: nuclear reactions. *Rev. Mod. Phys.* 82 (2010) 2845.
7. J.M.G. Gomez et al. Many- body quantum chaos. Recent developments and applications to nuclei. *Phys. Rept.* 499 (2011) 103.
8. F. Iachello, A. Arima. *The Interacting Boson Model* (Cambridge, England: Cambridge University Press, 1987).
9. V.G. Soloviev. *Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons* (Bristol: Institute of Physics, 1992).
10. B. Gremaud, S.R. Jain. Spacing distributions for rhombus billiards. *J. Phys. A* 31 (1998) L637.
11. E.B. Bogomolny, U. Gerland, C. Schmit. Models of intermediate spectral statistics. *Phys. Rev. E* 59 (1999) 1315(R).
12. V.V. Flambaum et al. Structure of compound states in the chaotic spectrum of the Ce atom. *Phys. Rev. A* 50 (1994) 267.
13. V.V. Flambaum, G.F. Gribakin, F.M. Izrailev. Correlations within Eigenvectors and Transition Amplitudes in the Two-Body Random Interaction Model. *Phys. Rev. E* 53 (1996) 5729.
14. S.H. Tekur, S. Kumar, M.S. Santhanam. Exact distribution of spacing ratios for random and localized states in quantum chaotic systems. *Phys. Rev. E* 97 (2018) 062212.
15. S.H. Tekur, U.T. Bhosale, M.S. Santhanam. Exact distribution of spacing ratios for random and localized states in quantum chaotic systems. *Phys. Rev. E* 97 (2018) 062212.
16. O. Bohigas, M.J. Giannoni, C. Schmit. Characterization of chaotic quantum spectra and universality of level fluctuations. *Phys. Rev. Lett.* 52 (1984) 1.
17. E.P. Wigner. On the statistical distribution of the width and spacings of nuclear resonance level. *Proc. Philos. Soc.* 47 (1951) 790.
18. T.A. Brody. A statistical measure for the repulsion of energy levels. *Lett. Nuovo Cimento* 7 (1973) 482.
19. M.V. Berry, M. Robnik. Semiclassical level spacings when regular and chaotic orbits coexist. *J. Phys. A* 17 (1984) 2413.
20. F.M. Izrailev. Quantum localization and statistics of quasi-energy spectrum in a classically chaotic system. *Phys. Lett.* 134 (1988) 13.
21. C.E. Porter. *Statistical Theories of Spectra: Fluctuations* (New York: Academy Press, 1965).
22. M.V. Berry. Quantizing a classically ergodic system: Sinai's billiard and the KKR method. *Ann. Phys.* 131 (1981) 163.
23. T.A. Brody et al. Random-matrix physics: spectrum and strength fluctuations. *Rev. Mod. Phys.* 53 (1981) 385.
24. S.R. Jain, A. Khare. Exactly Solvable Many-Body Problem in One Dimension. *Phys. Lett. A* 262 (1999) 35.
25. Z. Ahmed, S.R. Jain. Pseudo-unitary symmetry and the Gaussian pseudo-unitary ensemble of random matrices. *Phys. Rev. E* 67 (2003) 0451006 (R).
26. J.F. Shriner Jr., G.E. Mitchell, T. von Egidy. Fluctuation Properties of Spacings of Low-Lying Nuclear Levels. *Z. Phys. A* 338 (1991) 309.
27. J.F. Shriner Jr. et al. Fluctuation Properties of States in  $^{26}\text{Al}$ . *Z. Phys. A* 335 (1990) 393.
28. J.F. Shriner Jr., C.A. Grossmann, G.E. Mitchell. Level statistics and transition distributions of  $^{30}\text{P}$ . *Phys. Rev. C* 62 (2004) 054305.
29. G. Vidmar et al. Beyond the Berry-Robnik regime: a random matrix study of tunneling effects. *J. Phys. A* 40 (2007) 13803.
30. B. Dietz et al. Chaos and regularity in the doubly magic nucleus  $^{208}\text{Pb}$ . *Phys. Rev. Lett.* 118 (2017) 012501; L. Munoz et al. Examination of experimental evidence of chaos in the bound states of  $^{208}\text{Pb}$ . *Phys. Rev. C* 95 (2017) 014317.
31. J.P. Blocki, A.G. Magner. Chaoticity and shell corrections in the nearest-neighbor distributions for an axially-

- symmetric potential. *Phys. Rev. C* **85** (2012) 064311.
32. A.I. Levon, A.G. Magner, S.V. Radionov. Statistical analysis of excitation energies in actinide and rare-earth nuclei. *Phys. Rev. C* **97** (2018) 044305.
  33. A.G. Magner, A.I. Levon, S.V. Radionov. Simple approach to the chaos-order contributions in nuclear spectra. *Eur. Phys. J. A* **54** (2018) 214.
  34. A.I. Levon et al. The nuclear structure of  $^{229}\text{Pa}$  from the  $^{231}\text{Pa}(p, t)^{229}\text{Pa}$  and  $^{230}\text{Th}(p, 2n)^{229}\text{Pa}$  reactions. *Nucl. Phys. A* **576** (1994) 267.
  35. A.I. Levon et al. Spectroscopy of  $^{230}\text{Th}$  in the (p, t) reaction. *Phys. Rev. C* **79** (2009) 014318.
  36. A.I. Levon et al.  $0^+$  states and collective bands in  $^{228}\text{Th}$  studied by the (p, t) reaction. *Phys. Rev. C* **88** (2013) 014310.
  37. A.I. Levon et al. Spectroscopy of  $^{232}\text{U}$  in the (p, t) reaction: More information on  $0^+$  excitations. *Phys. Rev. C* **92** (2015) 064319.
  38. M. Spieker et al. Possible experimental signature of octupole correlations in the  $0_2^+$  states of the actinide. *Phys. Rev. C* **88** (2013) 041303(R).
  39. M. Spieker et al. Higher-resolution (p, t) study of low-spin states in  $^{240}\text{Pu}$ : Octupole excitations,  $\alpha$  clustering and other structure features. *Phys. Rev. C* **97** (2018) 064319.
  40. M. Gutzwiller. Periodic orbits and classical quantization conditions. *J. Math. Phys.* **12** (1971) 343.
  41. M. Gutzwiller. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics* (N.Y.: Springer-Verlag, 1990).
  42. V.M. Strutinsky. Semiclassical theory for nuclear shell structure. *Nucleonica* **20** (1975) 679.
  43. V.M. Strutinsky, A.G. Magner. Quasiclassical theory of nuclear shell structure. *Sov. J. Part. Nucl.* **7** (1976) 138.
  44. M.V. Berry, M. Tabor. Closed orbits and the regular bound spectrum. *Proc. R. Soc. Lond. A* **349** (1976) 101.
  45. M.V. Berry and M. Tabor. Level clustering in the regular spectrum. *Proc. R. Soc. Lond. A* **356** (1977) 375.
  46. A.G. Magner. Quasiclassical analysis of the gross-shell structure in a deformed oscillator potential. *Sov. J. Nucl. Phys.* **28** (1978) 759.
  47. S.C. Creagh, J.M. Robbins, R.G. Littlejohn. Geometric properties of Maslov indices in the semiclassical trace formula for the density of states. *Phys. Rev. A* **42** (1990) 1907.
  48. S.C. Creagh, R.G. Littlejohn. Semiclassical trace formulas in the presence of continuous Symmetries. *Phys. Rev. A* **44** (1991) 836.
  49. S.C. Creagh, R.G. Littlejohn. Semiclassical trace formulae for systems with non-Abelian symmetries. *J. Phys. A* **25** (1992) 1643.
  50. V.M. Strutinsky et al. Semiclassical interpretation of the gross-shell structure in deformed nuclei. *Z. Phys. A* **283** (1977) 269.
  51. M. Brack, R.K. Bhaduri. *Semiclassical Physics* (USA: Westview Press Boulder, 2003) 458 p.
  52. A.G. Magner et al. Shell structure and orbit bifurcations in finite fermion systems. *Phys. Atom. Nucl.* **74** (2011) 1445.
  53. A.G. Magner, M.V. Koliesnik, K. Arita. Shell, orbit bifurcations, and symmetry restorations in Fermi systems. *Phys. Atom. Nucl.* **79** (2016) 1067.
  54. A.G. Magner, K. Arita. Semiclassical catastrophe theory of simple bifurcations. *Phys. Rev. E* **96** (2017) 042206.
  55. A.M. Ozorio de Almeida, J.H. Hannay. Resonant periodic orbits and the semiclassical energy spectrum. *J. Phys. A* **20** (1987) 5873.
  56. A.M. Ozorio de Almeida. *Hamiltonian Systems: Chaos and Quantization* (Cambridge: University Press, 1988).
  57. J.P. Blocki, A.G. Magner, I.S. Yatsyshyn. The internal excitation of the gas of independent particles in the time-dependent potential. *Int. J. Mod. Phys. E* **20** (2011) 292.
  58. J.P. Blocki, A.G. Magner, I.S. Yatsyshyn. The internal excitation of the gas of independent particles in the time-dependent potential. *Nucl. Phys. At. Energy* **11** (2010) 239.
  59. R.F. Casten, D.D. Warner. The interacting boson approximation. *Rev. Mod. Phys.* **60** (1988) 389.
  60. O. Bohigas, M.P. Pato. Missing levels in correlated spectra. *Phys. Lett. B* **595** (2004) 171.

Надійшла 28.03.2019  
Received 28.03.2019