

АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ЕКОСИСТЕМИ ЩОДО МІГРАЦІЇ РАДІОНУКЛІДІВ

В. П. Петрусенко, І. П. Шмаков, Ю. О. Кутлахмедов

Національний авіаційний університет, Київ

Розглянуто динамічну модель типової схилової екосистеми при радіаційному забрудненні. Проаналізовано систему диференціальних рівнянь, що описують міграцію радіонукліда Cs^{137} в цій екосистемі, на стійкість. Чисельним методом проведено аналіз впливу зміни параметрів камерної моделі на рівень радіаційного забруднення екосистеми. Показано, що при всіх додатних значеннях коефіцієнтів системи вона зберігає стійкість. Це означає, що запропонована модифікація методу камерних моделей здатна адекватно описувати різні типи екосистем, забруднених як радіонуклідами, так і важкими металами.

Вступ

Природні та техногенні катаклізми, що мають місце в Україні, - повені в Карпатах, віддалені наслідки аварії на ЧАЕС, реальність проектних та позапроектних аварій при застосуванні небезпечних технологій, масоване хімічне та радіонуклідне забруднення значних територій тощо – виводять на перший план проблему оцінки й прогнозу надійності екосистем. У зв'язку з цим необхідно обґрунтувати та розробити систему екологічних нормативів на припустимі рівні забруднення, що дасть змогу приймати оперативні рішення щодо прогнозу стану та безпеки типових екосистем України й рекомендувати ефективні профілактичні та терапевтичні контрзаходи із захисту біоти та населення, яке використовує такі екосистеми для виробництва, проживання й рекреації. Вирішення таких задач неможливе без математичного моделювання.

Аналіз динамічної моделі радіоактивного забруднення силових екосистем

Аналіз стійкості камерних моделей проведемо на прикладі типових для України силових екосистем, що складають основу ландшафтів. У роботі використано метод камерних моделей переходу радіонуклідів з однієї камери в іншу, оскільки він є найпростішим та адекватним математичним методом моделювання радіоекологічних процесів в екосистемах різної складності. З метою узагальнення отриманих результатів на різні типи екосистем, розподіл активності радіонуклідів у кожній з камер вважатимемо рівномірним.

Раніше нами була розроблена математична модель [1] розповсюдження радіоактивного забруднення Cs^{137} в екосистемах схилів у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t), \quad (1)$$

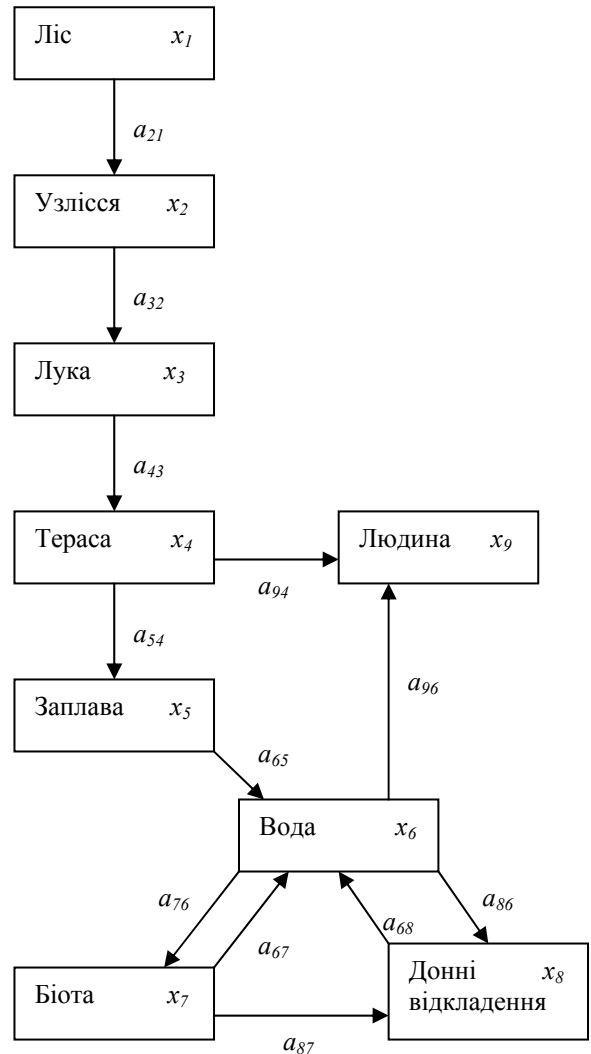


Рис. 1. Модель типової схилової екосистеми.

де $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_9(t)\}$ – вектор невідомих із компонентами, що характеризують рівень радіоактивного забруднення в камерах екосистеми схилів, Бк; t – час у декадах (10 років, це зроблено для можливості довгострокових прогнозів); A – матриця сталих коефіцієнтів радіоактивного розпаду і послідовного переносу забруднення з однієї камери в іншу. Кожний з коефіцієнтів ма-

триці має розмірність $(10 \text{ років})^{-1}$ і характеризує швидкість зміни рівня радіоактивного забруднення в камерах. Розглянуто типовий ландшафт, що складається з восьми камер (рис. 1), між якими відбувається перерозподіл Cs^{137} .

Вплив забруднення на людину розглядається у вигляді окремої дев'ятої камери, де накопичується колективна доза людини. Будемо вважати, що ця доза накопичується в результаті споживання води та отримання сільськогосподарської продукції з аграрної тераси. Інші шляхи формування дозових навантажень на людину: використання лісових продуктів, зовнішнє опромінення та інгаляційне надходження радіонуклідів не впливають на стійкість системи рівнянь. Тому у цій роботі вони не враховані. При необхідності математична модель може бути ними доповнена.

Для розглянутого ландшафту систему диференціальних рівнянь (1) можна записати в скалярному вигляді

$$\begin{cases} dx_1/dt = a_{11}x_1, \\ dx_2/dt = a_{21}x_1 + a_{22}x_2, \\ dx_3/dt = a_{32}x_2 + a_{33}x_3, \\ dx_4/dt = a_{43}x_3 + a_{44}x_4, \\ dx_5/dt = a_{54}x_4 + a_{55}x_5, \\ dx_6/dt = a_{65}x_5 + a_{66}x_6 + a_{67}x_7 + a_{68}x_8, \\ dx_7/dt = a_{76}x_6 + a_{77}x_7, \\ dx_8/dt = a_{86}x_6 + a_{87}x_7 + a_{88}x_8, \\ dx_9/dt = a_{94}x_4 + a_{96}x_6. \end{cases} \quad (2)$$

Тут коефіцієнти $a_{11}, a_{22}, a_{33}, a_{44}, a_{55}, a_{66}, a_{77}, a_{88}$ визначаються формулами:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\alpha - a_{21}, \\ a_{22} &= -\alpha - a_{32}, \\ a_{33} &= -\alpha - a_{43}, \\ a_{44} &= -\alpha - a_{54} - a_{94}, \\ a_{55} &= -\alpha - a_{65}, \\ a_{66} &= -\alpha - a_{76} - a_{86} - a_{96}, \\ a_{77} &= -\alpha - a_{87} - a_{67}, \\ a_{88} &= -\alpha - a_{68}, \end{aligned}$$

де $\alpha = 0,3$ – коефіцієнт, що характеризує швидкість розпаду радіонукліда Cs^{137} .

Як видно, система (2) містить 20 коефіцієнтів, але тільки 13 з них є незалежними відповідно до зв'язків між камерами. Будемо вважати їх параметрами системи й позначати вектором $p = \{p_1, p_2, \dots, p_{13}\}$. Маємо таку відповідність па-

раметрів і коефіцієнтів системи: $p_1 = \alpha, p_2 = a_{21}, p_3 = a_{32}, p_4 = a_{43}, p_5 = a_{54}, p_6 = a_{65}, p_7 = a_{76}, p_8 = a_{86}, p_9 = a_{96}, p_{10} = a_{87}, p_{11} = a_{67}, p_{12} = a_{68}, p_{13} = a_{94}$.

Для розглянутої екосистеми матриця коефіцієнтів системи (1) набуває вигляду

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{54} & a_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{76} & a_{77} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{86} & a_{87} & a_{88} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{94} & 0 & a_{96} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Зауважимо, що перші п'ять рівнянь системи можна розв'язати послідовно, починаючи з першого. Наступні три рівняння характеризують підсистему «вода – біота – донні відкладення». Їх можна розв'язати, якщо знайдено залежність $x_5(t)$. Останнє рівняння системи (2), що характеризує камеру «людина», розв'язується простим інтегруванням

$$x_9(t) = \int_0^t (a_{94}x_4(t) + a_{96}x_6(t))dt + x_9(0).$$

Тому надалі будемо розглядати останнє рівняння системи (2) окремо, а порядок самої системи понизимо на одиницю:

$$\begin{aligned} dy/dt &= A'y, \\ dz/dt &= a_{94}y_4(t) + a_{96}y_6(t), \end{aligned} \quad (4)$$

де $y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_8(t)\}$,

$y_i(t) = x_i(t), (i = 1, 2, \dots, 8), z(t) = x_9(t)$...

Матриця A' має вигляд матриці A , в якій викреслено останній рядок і останній стовпчик.

На основі експериментальних даних [2] прийнято такі коефіцієнти матриці A' для екосистеми «ліс – узлісся – лука – тераса – заплава – вода – біота – донні відкладення»:

$$A' = \begin{pmatrix} -0,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,3 & -1,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1,8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,5 & -6,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3,3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -12,3 & 0,5 & 0,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & -1,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0,5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Матриця A' не вироджена, оскільки $\det A' = 183,3$. Тому маємо єдиний стаціонарний розв'язок системи $y(t) = \{0, 0, \dots, 0\}$. Дослідимо на стійкість цей розв'язок. Для цього знайдемо власні числа матриці A' . За будовою матриці A' серед власних чисел будуть $\lambda_1 = a_{11}$, $\lambda_2 = a_{22}$, ..., $\lambda_5 = a_{55}$. Для системи (4) цими числами є $\lambda_1 = -0,6$; $\lambda_2 = -1,3$; $\lambda_3 = -1,8$; $\lambda_4 = -6,3$; $\lambda_5 = -3,3$. Решту власних чисел знаходимо з рівняння

$$\text{Det} \begin{pmatrix} a_{66} - \lambda & a_{67} & a_{68} \\ a_{76} & a_{77} - \lambda & 0 \\ a_{86} & a_{87} & a_{88} - \lambda \end{pmatrix} = 0.$$

У розгорнутому вигляді наведений визначник є характеристичним многочленом третього ступеня

$$P(\lambda) = a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 \quad (5)$$

з коефіцієнтами

$$a_3 = 1, a_2 = -(a_{66} + a_{77} + a_{88}),$$

$$a_1 = \begin{vmatrix} a_{77} & 0 \\ a_{87} & a_{88} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{66} & a_{68} \\ a_{86} & a_{88} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{66} & a_{67} \\ a_{76} & a_{77} \end{vmatrix},$$

$$a_0 = - \begin{vmatrix} a_{66} & a_{67} & a_{68} \\ a_{76} & a_{77} & 0 \\ a_{86} & a_{87} & a_{88} \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Таким чином, характеристичне рівняння підсистеми «вода – біота – донні відкладення» має вигляд

$$\lambda^3 + 14,6\lambda^2 + 22,89\lambda + 6,28 = 0.$$

Розв'язавши дане кубічне рівняння, маємо решту власних чисел матриці A' :

$$\lambda_6 = -12,86, \quad \lambda_7 = -1,39, \quad \lambda_8 = -0,35.$$

Отже, характеристичний многочлен (5) має тільки від'ємні дійсні корені, що свідчить про стійкість нульового розв'язку системи по відношенню до збурення початкових умов (стійкість за Ляпуновим) й асимптотичну стійкість системи (4), тобто можна стверджувати, що $y_i(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$; ($i = 1, 2, \dots, 8$).

Покажемо, що система (4) залишається асимптотично стійкою для довільних додатних параметрів.

Система (4) з додатними параметрами буде асимптотично стійкою, згідно з теоремою Гурвиця тоді і тільки тоді, коли коефіцієнти многочлена $P(\lambda)$ задовольняють нерівностям

$$a_0 > 0, \quad a_2 > 0, \quad a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

Дійсно, зі співвідношень (6) випливає, що всі коефіцієнти характеристичного многочлена (5) додатні. Крім того

$$a_0 = \alpha^3 + \alpha^2 (a_{67} + a_{76} + a_{68} + a_{86} + a_{87} + a_{96}) +$$

$$+ \alpha a_{67} (a_{76} + a_{68} + a_{86} + a_{96}) + \alpha a_{76} + \alpha a_{68} a_{87} +$$

$$+ \alpha a_{68} a_{96} + \alpha a_{86} a_{87} + \alpha a_{87} a_{96} +$$

$$a_{67} a_{76} a_{68} + a_{67} a_{68} a_{96} + a_{68} a_{87} a_{96} > 0.$$

$$a_2 = -(a_{66} + a_{77} + a_{88}) > 0.$$

$$a_1 a_2 = 8\alpha^3 + 11\alpha^2 a_{67} + 8\alpha^2 a_{76} + 8\alpha^2 a_{68} + 8\alpha^2 a_{86} +$$

$$+ 8\alpha^2 a_{87} + 8\alpha^2 a_{96} + 3\alpha a_{67}^2 + 3\alpha a_{67} a_{76} + 7\alpha a_{67} a_{68} +$$

$$+ 7\alpha a_{67} a_{86} + 5\alpha a_{67} a_{87} + 7\alpha a_{67} a_{96} + 2\alpha a_{76} a_{67} + 2\alpha a_{76}^2 +$$

$$+ 6\alpha a_{76} a_{68} + 4\alpha a_{76} a_{86} + 6\alpha a_{76} a_{87} + 4\alpha a_{76} a_{96} + 2\alpha a_{68}^2 +$$

$$+ 4\alpha a_{68} a_{86} + 6\alpha a_{68} a_{87} + 6\alpha a_{68} a_{96} + 2\alpha a_{86}^2 + 6\alpha a_{86} a_{87} +$$

$$+ 4\alpha a_{86} a_{96} + 2\alpha a_{87}^2 + 6\alpha a_{87} a_{96} + 2\alpha a_{96}^2 + a_{67}^2 a_{68} +$$

$$+ 2a_{67} a_{76} a_{68} + a_{67}^2 a_{86} + a_{67}^2 a_{96} + a_{67} a_{76} a_{86} + a_{67} a_{76} a_{87} +$$

$$+ a_{67} a_{76} a_{96} + a_{67} a_{68}^2 + 2a_{67} a_{68} a_{86} + 2a_{67} a_{68} a_{87} +$$

$$+ 3a_{67} a_{68} a_{96} + 2a_{67} a_{86}^2 + a_{67} a_{86} a_{87} + 2a_{67} a_{86} a_{96} +$$

$$+ 2a_{67} a_{87} a_{96} + a_{67} a_{68}^2 + 2a_{67} a_{68}^2 + a_{67}^2 a_{68} + a_{67}^2 a_{87} +$$

$$+ a_{76} a_{68}^2 + a_{76} a_{68} a_{86} + 3a_{67} a_{68} a_{87} + a_{76} a_{68} a_{96} +$$

$$+ 2a_{76} a_{86} a_{87} + a_{76} a_{87}^2 + 2a_{76} a_{87} a_{96} + a_{68}^2 a_{87} + a_{68}^2 a_{96} +$$

$$+ 2a_{68} a_{86} a_{87} + a_{68} a_{87}^2 + 2a_{68} a_{87} a_{96} + a_{68} a_{96}^2 +$$

$$+ a_{86} a_{68} a_{96} + a_{86}^2 a_{87} + 2a_{86} a_{87} a_{96} + a_{87}^2 a_{96} + a_{87} a_{96}^2 > 0.$$

Отже, усі нерівності справджуються і система (4) асимптотично стійка для довільних додатних параметрів. Характер асимптотичного наближення розв'язків $y_i(t)$ до нуля залежить від значення найбільшого від'ємного характеристичного кореня (показника експоненти) λ_{\max} . Модуль цього значення є запасом стійкості. У розглянутому прикладі $\lambda_{\max} = \lambda_8 \approx -0,35$. Отже, запас стійкості

дорівнює 0,35. Зважаючи на те, що параметри екосистеми мають певну похибку і можуть змінюватися в деякому діапазоні, варто проаналізувати вплив параметрів системи на значення характеристичних чисел. Такий вплив можна характеризувати матрицею частинних похідних

$$\frac{D\lambda}{Dp} = \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial p_j} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, 8), \quad (j = 2, \dots, 12).$$

Ця матриця знайдена чисельним способом і має вигляд

$$\frac{D\lambda}{Dp} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -0,01 & -0,004 & -0,004 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,02 & 0,01 & 0,004 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,96 & 0,001 & -0,05 & -0,05 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,96 & -0,74 & -0,25 & -0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,43 & -0,55 & -0,02 & -0,02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,5 & -0,46 & -0,05 & -0,05 \end{pmatrix}$$

Як видно з цієї матриці, на значення характеристичного показника λ_8 впливають параметри $p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}, p_{12}$. Можна стверджувати, що збільшення параметра p_8 на 0,1 зменшує запас стійкості на 0,04 (тобто на 0,1 %), а збільшення решти параметрів зменшує λ_8 . Наприклад, збільшення параметра p_{10} (вплив біоти озера на донні відкладення) на 0,1 зменшує λ_8 на 7 %.

На завершення запишемо загальний розв'язок системи (4) з прийнятою матрицею A' і розв'язок задачі Коші для довільних початкових умов. Для цього знайдемо власні вектори матриці A' , які відповідають знайденим характеристичним числам λ_i $i = 1, 2, \dots, 8$, і утворимо матрицю B порядку 8, стовпцями якої є ці власні вектори:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,43 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,36 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,09 & 0,6 & 0,33 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,07 & 0,6 & 0,44 & -0,67 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,02 & 0 & 0,08 & -0,28 & 0,26 & 0,01 & 0,94 & -0,07 & -0,07 \\ -0,17 & 2,7 & -0,81 & 0,28 & -0,64 & -0,79 & -0,41 & -0,37 & -0,37 \\ -0,58 & -4,5 & -0,1 & 0,29 & -0,53 & 0,78 & -0,46 & -0,93 & -0,93 \end{pmatrix}$$

Тоді загальний розв'язок у формі Коші має вигляд

$$Y(t) = B \exp(B^{-1} A' B t) B^{-1} Y_0,$$

де Y_0 – вектор-стовпець початкових умов. Або якщо позначити за матрицю $D(t) = \text{diag}(e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}, \dots, e^{\lambda_8 t}) = B \exp(B^{-1} A' B t) B^{-1}$, то отримаємо $Y(t) = D(t) Y_0$, з якого можна отримати розв'язок системи (1) для будь-яких початкових умов. Так, для початкових умов $y_1(0) = 100, y_2(0) = y_3(0) = \dots = y_8(0) = 0$ отримано розв'язок

$$\begin{aligned} y_1(t) &= 100e^{-0,6t}, \\ y_2(t) &= 43e^{-0,6t} - 43e^{-1,3t}, \\ y_3(t) &= 36e^{-0,6t} - 86e^{-1,3t} + 50e^{-1,8t}, \\ y_4(t) &= 9e^{-0,6t} - 25,8e^{-1,3t} + 16,5e^{-1,8t} + 0,3e^{-6,3t}, \\ y_5(t) &= 7e^{-0,6t} - 25,8e^{-1,3t} + 22e^{-1,8t} - \\ &\quad - 0,201e^{-6,3t} - 3,7e^{-3,3t}, \\ y_6(t) &= -2,42e^{-0,6t} + 0 \cdot e^{-1,3t} + 4,07e^{-1,8t} - 0,01e^{-6,3t} - \\ &\quad - 0,95e^{-3,3t} - 2,04e^{-1,39t} - 0,94e^{-12,85t} + 1,96e^{-0,35t}, \\ y_7(t) &= -17,3e^{-0,6t} - 115,71e^{-1,3t} - 40,71e^{-1,8t} - \\ &\quad - 0,1e^{-6,3t} + 2,38e^{-3,3t} + 116,16e^{-1,39t} + \\ &\quad + 0,41e^{-12,85t} + 10,36e^{-0,35t}, \\ y_8(t) &= -57,97e^{-0,6t} + 192,86e^{-1,3t} - 5,09e^{-1,8t} - \\ &\quad - 0,1e^{-6,3t} + 1,96e^{-3,3t} - 159,12e^{-1,39t} + \\ &\quad + 0,46e^{-12,85t} + 26,04e^{-0,35t}. \end{aligned}$$

Тоді доля радіонуклідів, що потрапляють до камери “людина” і формують колективну накопичену популяцією дозу, знаходиться інтегруванням

$$z(t) = \int_0^t (a_{94} y_4(t) + a_{96} y_6(t)) dt.$$

У даному варіанті моделі оцінюється надходження радіонуклідів до популяції людей через питну воду та продукцію харчування, що формує очікувану колективну дозу для людей. На графіку (рис. 2) представлено динаміку формування

колективної дози в розмірності – відсотки від загального запасу радіонуклідів в екосистемі. Якщо цей запас радіонуклідів помножити на дозову “ціну” – $2 \cdot 10^{-8}$ Зв/Бк, можна розрахувати колективну дозу, яку створює дана схилова екосистема.

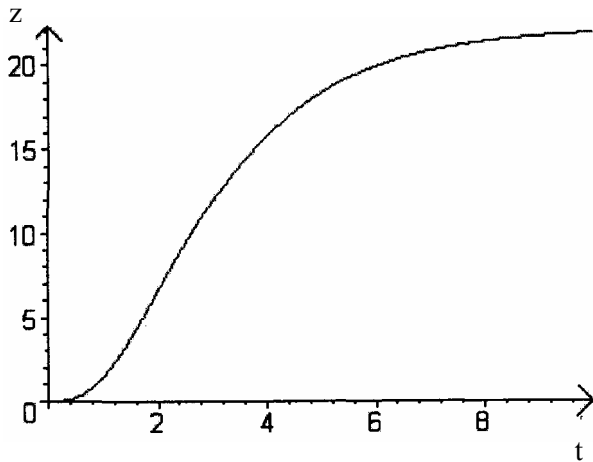


Рис. 2. Графік накопичення радіонуклідів для камери “людина”: z – запас радіонуклідів (%), t – час (декади).

Знаючи абсолютну величину запасу радіонуклідів в екосистемі та дозові коефіцієнти (таблична величина), можна поррахувати цю колективну дозу в людино-зівертах для різних рівнів забруднення екосистеми.

Висновки

1. Аналіз математичної моделі показав, що розглянута модель схилової екосистеми стійка по відношенню до збурення початкових умов. Це означає, що запропонована модифікація методу камерних моделей здатна адекватно описувати різні типи екосистем, забруднених як радіонуклідами, так і важкими металами.

2. Користуючись математичною моделлю екосистеми, можна прогнозувати вплив радіаційного забруднення в широких межах зміни параметрів.

3. Найбільший вплив на згасання рівня забруднення мають параметри p_{11} (a_{67}) та p_{12} (a_{68}) (вплив біоти та донних відкладень на воду).

4. Розроблена математична модель стійка, тому дає змогу обчислити стан радіоактивного забруднення для різних випадків викиду радіоактивних речовин у схилових екосистемах та оцінити вплив цього забруднення на формування колективної дози для населення.

5. Наявність такої моделі дає змогу оцінити дозові навантаження на біоту екосистем та на людей і тим самим установити екологічні нормативи на припустимі скиди та викиди радіонуклідів (та інших поллютантів) у схилові екосистеми та пропонувати ефективні контрзаходи.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кутлахмедов Ю.О., Корогодін В.І. Основи радіоекології. - К.: Вища шк., 2003. - 319 с.
2. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивого движения. - М.: Наука, 1976. - 320 с.
3. Петрусенко В.П., Кутлахмедов Ю.О. Оцінка і прогноз розподілу радіонуклідів і дози в типовій екосистемі схилів для ландшафтів України // Вісн. НАУ. - 2006. - № 2. - С. 134 - 136.

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭКОСИСТЕМЫ ПРИ МИГРАЦИИ РАДИОНУКЛИДОВ

В. П. Петрусенко, И. П. Шмаков, Ю. О. Кутлахмедов

Рассмотрена динамическая модель типовой экосистемы склонов при радиационном загрязнении. Проанализирована система дифференциальных уравнений, которая описывает миграцию радионуклида Cs^{137} в этой экосистеме, на устойчивость. Численным методом проведен анализ влияния изменения параметров системы на уровень радиационного загрязнения экосистемы. Показано, что при всех положительных значениях коэффициентов системы она сохраняет устойчивость. Это означает, что предложенная модификация метода камерных моделей способна адекватно описывать разные типы экосистем, загрязненных как радионуклидами, так и тяжелыми металлами.

ANALYSIS OF STABILITY OF THE DYNAMIC MODEL OF ECOLOGICAL SYSTEM CONTAMINATED BY RADIONUCLIDES

V. P. Petrusenko, I. P. Shmakov, Yu. A. Kutlakhmedov

Dynamic model of ecosystem on slope's landscape contaminated with radioactive Cs^{137} is considered. Migration of the pollutant is simulated by the system of differential equations that is investigated for stability. It is proved that the system is stable in all range of parameters of the ecosystem. Numerical data are evaluated for studying the effect of ecosystem's parameters on the level of contamination. It means that the offered updating of the method of box models is capable adequately to describe different ecosystems types, polluted by radionuclides and heavy metals.

Надійшла до редакції 31.01.08,
після доопрацювання – 01.04.08.